

## Laborübungen II

### im Wintersemester 2016 LABORPROTOKOLL

Gruppe

19
----

Name

Punkte

Helmut Hörner		
Kassandra Kunz		

Prüfung

Protokoll

Titel der Übung

Akustik
---------

Datum

Mi.	07. Dez. 2016
-----	---------------

Betreuer

--

(Name in Blockbuchstaben und Unterschrift)

## Inhalt

1	Einleitung .....	3
2	Messungen an einer stehenden Welle.....	3
2.1	Messung der räumlichen Amplitudenveränderungen.....	3
2.1.1	Versuchsaufbau .....	3
2.1.2	Messmethode.....	3
2.1.3	Messergebnisse.....	5
2.1.4	Auswertung und Fehlerabschätzung.....	5
2.1.5	Interpretation .....	6
2.2	Messung der räumlichen Phasenveränderungen.....	7
2.2.1	Versuchsaufbau .....	7
2.2.2	Messmethode.....	7
2.2.3	Messergebnisse.....	7
2.2.4	Auswertung und Fehlerabschätzung.....	8
2.2.5	Interpretation .....	8
2.3	Intensitätsmessung im Halbkreis.....	9
2.3.1	Versuchsaufbau .....	9
2.3.2	Messmethode.....	9
2.3.3	Messergebnis .....	10
2.3.4	Auswertung und Interpretation.....	11
2.4	Interferenz am Doppelspalt .....	12
2.4.1	Versuchsaufbau .....	12
2.4.2	Messmethode.....	12
2.4.3	Messergebnis .....	13
2.4.4	Auswertung und Interpretation.....	13
2.5	Lloydscher Spiegel .....	15
2.5.1	Versuchsaufbau .....	15
2.5.2	Messmethode.....	15
2.5.3	Messergebnisse.....	16
2.5.4	Auswertung und Interpretation.....	17
2.6	Interferenz mit zwei phasensynchronen Sendern gleicher Frequenz .....	18
2.6.1	Versuchsaufbau .....	18
2.6.2	Messmethode.....	18
2.6.3	Messergebnis .....	19
2.6.4	Auswertung und Interpretation.....	20
2.7	Schwebung .....	21

2.7.1	Versuchsaufbau .....	21
2.7.2	Messmethode .....	22
2.7.3	Messergebnis .....	22
2.7.4	Interpretation .....	23
3	Anhang .....	25
3.1	Verwendetes Equipment.....	25
3.2	Tabellenverzeichnis.....	25
3.3	Abbildungsverzeichnis .....	25
3.4	Literaturliste .....	26

## 1 Einleitung

Die in diesem Protokoll beschriebenen Experimente wurden am 7.12.2016 an der TU Wien im Rahmen des Praktikums *Laborübungen II (134.124)* von *Kassandra Kunz* und *Helmut Hörner* durchgeführt.

Sie beschäftigen sich mit Strahlungsverteilung, Interferenzeffekten und Schwebungen bei akustischen Ultraschallwellen in verschiedenen Versuchsanordnungen. Die gemessenen Effekte werden mit den zu erwartenden Ergebnissen gemäß der physikalischen Theorie der Akustik und allgemeinen Wellenlehre verglichen.

## 2 Messungen an einer stehenden Welle

Stehende Wellen entstehen bei Reflektion einer Welle  $\Psi(z, t) = A_0 \cos(\omega t + kz)$  an einer reflektierenden Ebene. Die phasenstabile Überlagerung der Wellen mit gleicher Frequenz bewirkt ein räumlich stationäres Schwingungsmuster  $\Psi(z, t) = 2A_0 \cos\left(kz - \frac{\varphi}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right)$ . Details hierzu finden sich in Kapitel 2.1.2.

### 2.1 Messung der räumlichen Amplitudenveränderungen

#### 2.1.1 Versuchsaufbau

- Der 600Ω-Ausgang des ersten Funktionsgenerators [FG-TG330] wurde mit Kanal 1 des Oszilloskops [OSZI-TDS] verbunden.
- Der 50Ω-Ausgang des Funktionsgenerators [FG-TG330] wurde an einen Piezo Ultraschall-Hochtonsender [SENDER], ein Piezohochtöner PH 5,9 von Visaton<sup>®</sup> mit einem Übertragungsbereich von 4 kHz bis 40 kHz, angeschlossen.
- Ein Ultraschall-Empfänger mit nachgeschaltetem zweistufigem, aktiven Bandpassfilter (38-42 kHz, v=1250-fach) [EMPÄNGER] wurde an das zugehörige Versorgungsgerät (welches Netzteil und aktiven Bandpass beinhaltet) angeschlossen. Diese Konfiguration steigert die Empfindlichkeit und unterdrückt Störsignale.
- Das Signal vom [EMPÄNGER] wurde über das Versorgungsgerät an Kanal 2 des Oszilloskops [OSZI-TDS] weitergeleitet.

Die Versuchsreihe wird auf einem Arbeitsplatz durchgeführt, der mit einem auf Papier gedrucktem Lineal (Millimetermaß) ausgestattet ist.

#### 2.1.2 Messmethode

1. Am Funktionsgenerator [FG-TG330] wurde ein Sinussignal ohne DC-Offset mit einer Frequenz von 40 kHz und drei Viertel der Maximalamplitude eingestellt.
2. Die Frequenz wurde anschließend mit dem Oszilloskops [OSZI-TDS] (Kanal 1) feinjustiert.
3. Der [SENDER] und der [EMPÄNGER] wurden „Face-To-Face“, mit geringem Abstand (wenige Millimeter voneinander), auf einem gedruckten Millimetermaß aufgestellt, wobei darauf geachtet wurde, dass sich die Hinterkante des Empfängers auf einer definierten Millimetermarke befindet. Diese wurde protokolliert.
4. Der [SENDER] wurde langsam vom [EMPÄNGER] wegbewegt, bis auf [OSZI-TDS] (Kanal 2) ein Amplitudenmaximum beobachtet wurde.
5. Anschließend wurde der [EMPÄNGER] auf dem gedruckten Millimetermaß von [SENDER] weggeschoben. Auf dem Oszilloskop [OSZI-TDS] wurden gleichzeitig die beobachtbaren Amplitudenmaxima mitgezählt.
6. Beim n-ten Maximum wurde die örtliche Position an der Hinterkante von [EMPÄNGER] erneut abgelesen. Die Anzahl der durchlaufenen Maxima (n) und die neue Position wurden protokolliert.

7. Aus der Differenz der Messungen von Schritt 3 und Schritt 6 lässt sich unmittelbar die n-fache Wellenlänge berechnen.
8. Die Schritte 3-7 wurden mehrfach wiederholt.

Die stehende Welle zwischen [SENDER] und [EMPFÄNGER] ist eine stehende Welle mit zwei reflektierenden Enden. Dies kann als eine Überlagerung einer hinlaufenden Welle und einer rücklaufenden Welle mit einer Phasenverschiebung  $\pi$  angeschrieben werden:

$$\Psi(z, t) = A_0 \cos(\omega t + kz) + A_0 \cos(\omega t - kz + \pi) \quad (1)$$

Natürlich gilt der 2. Summensatz:

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) \quad (2)$$

Daher kann Gleichung (1) auch so angeschrieben werden:

$$\Psi(z, t) = 2A_0 \cos\left(kz - \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (3)$$

Der erste Kosinus-Term kann als ortsabhängige Amplitude aufgefasst werden. Offensichtlich gibt es ein Maximum, immer wenn

$$kz = \frac{2\pi}{\lambda} \stackrel{!}{=} n\pi; \quad n \in \mathbb{N}_0 \quad (4)$$

Daher sind die Amplitudenmaxima im Abstand

$$L_n = \frac{n}{2}\lambda; \quad n \in \mathbb{N}_0 \quad (5)$$

zu erwarten<sup>1</sup>.

Bei Messung eines Abstandes  $\Delta L$  zwischen  $n$  Maxima lässt sich die Wellenlänge daher mit folgendem Zusammenhang berechnen:

$$\lambda = \frac{2}{n}\Delta L \quad (6)$$

---

<sup>1</sup> vgl. [Demtröder 2015], Seite 368

### 2.1.3 Messergebnisse

Die Messungen wurden bei folgender Frequenz durchgeführt

$$f = (40,12 \pm 0,01) \text{ kHz.} \quad (7)$$

Messung	Anfangsposition Empfänger	Endposition Empfänger	Abstand $x_e - x_a$	Anzahl Maxima	Wellenlänge <i>siehe Formel (6)</i>	Streuung
$i$	$x_a$ [mm]	$x_e$ [mm]	$\Delta L$ [mm]	$n$	$\lambda$ [mm]	$(\Delta\lambda_i - \bar{\lambda})^2$ [mm <sup>2</sup> ]
1	142	169	27	6	9,00	0,007225
2	100	132	32	7	9,14	0,003025
3	100	118	18	4	9,00	0,007225
4	100	123	23	5	9,20	0,013225
<b>Mittelwert:</b>					9,085	0,030700

Tabelle 1: Wellenlängenbestimmung durch Amplitudenmessung an stehender Welle.

### 2.1.4 Auswertung und Fehlerabschätzung

#### 2.1.4.1 Wellenlänge

Die Varianz  $s^2$  der Messreihe in Bezug auf  $\lambda$  beträgt somit<sup>2</sup>:

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum (\lambda_i - \bar{\lambda})^2 = \frac{1}{4} 0,0307 \text{ mm}^2 = 0,007675 \text{ mm}^2 \quad (8)$$

Daraus ergibt sich aus der Streuung für die Grundgesamtheit die folgende Standardabweichung  $\sigma_{\lambda_1}$ <sup>2</sup>:

$$\sigma_{\lambda_1} = \sqrt{\frac{N}{N-1} s^2} = \sqrt{\frac{4}{4-1} 0,007675 \text{ mm}^2} = \pm 0,1 \text{ mm} \quad (9)$$

Aufgrund des „freihändigen“ Versuchsaufbaus ist jedoch der systematische Messfehler in der Fehlerabschätzung der dominante Faktor. Es wird abgeschätzt, dass die Genauigkeit der Ortsbestimmung  $\sigma_{\Delta L} = \pm 1 \text{ mm}$  beträgt.

Es wurde in obiger Versuchsreihe in jeder Messung stets das Vielfache einer halben Wellenlänge über mindestens 4 Perioden gemessen, daher wird folgender systematischer Messfehler  $\sigma_{\lambda_2}$  für die ermittelte Wellenlänge angenommen:

$$\sigma_{\lambda_2} = \frac{2}{n_{\min}} \sigma_{\Delta L} = \frac{2}{4} 1 \text{ mm} = \pm 0,5 \text{ mm.} \quad (10)$$

Damit ergibt sich ein abgeschätzter Gesamtmessfehler:

$$\sigma_{\lambda} \approx \sigma_{\lambda_1} + \sigma_{\lambda_2} = 0,1 \text{ mm} + 0,5 \text{ mm} \approx \pm 0,6 \text{ mm.} \quad (11)$$

<sup>2</sup> vgl. [Demtröder 2015], Seite 26ff

Das Messergebnis für die Wellenlänge lautet daher:

$$\lambda = (9,1 \pm 0,6) \text{ mm.} \quad (12)$$

#### 2.1.4.2 Schallgeschwindigkeit

Die Schallgeschwindigkeit ergibt sich als Funktion der Wellenlänge und Frequenz:

$$v = f \cdot \lambda = 40,12 \cdot 10^3 \cdot 9,1 \cdot 10^{-3} = 365 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (13)$$

Die Messfehler von Wellenlänge und Frequenz pflanzen sich mit folgendem Zusammenhang fort:

$$\begin{aligned} \sigma_v &= \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial f}(f, \lambda)\right)^2 \sigma_f^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial \lambda}(f, \lambda)\right)^2 \sigma_\lambda^2} = \sqrt{\lambda^2 \sigma_f^2 + f^2 \sigma_\lambda^2} \\ \sigma_v &= \sqrt{0,0091^2 10^2 + 40120^2 0,0006^2} = \pm 24 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned} \quad (14)$$

Das Messergebnis für die Schallgeschwindigkeit lautet daher:

$$v = (365 \pm 24) \frac{\text{m}}{\text{s}}. \quad (15)$$

#### 2.1.5 Interpretation

Gemäß [Tipler et al., 2015], Seite 553, beträgt die Schallgeschwindigkeit bei Raumtemperatur und Atmosphärendruck rund  $343 \text{ ms}^{-1}$ . Dies stimmt innerhalb der Messtoleranzen mit dem im vorigen Kapitel ermittelten Wert überein.

Rechnet man diesen Referenzwert von  $343 \text{ ms}^{-1}$  mit Formel (15) und Frequenz (7) in eine Wellenlänge um, so ergibt sich eine Referenzwellenlänge von  $8,55 \text{ mm}$ . Dies stimmt innerhalb der Messtoleranzen mit dem im vorigen Kapitel ermittelten Wert überein.

## 2.2 Messung der räumlichen Phasenveränderungen

### 2.2.1 Versuchsaufbau

Der in 2.1.1 beschriebene Versuchsaufbau wurde nicht verändert.

### 2.2.2 Messmethode

Die Messmethode entspricht der in Kapitel 2.1.2 beschriebenen, mit folgenden Anpassungen:

1. Das Oszilloskop [OSZI-TDS] wurde in den XY-Betrieb umgestellt, was zur Darstellung der Phasenverschiebung zwischen dem Speisungssignal und empfangenen Signal in Form einer Lissajous-Figur führt.
2. In Schritt 4 wurde die Ausgangslage vom [SENDER] nicht nach dem Amplitudenmaximum, sondern zu 0° Phasenverschiebung justiert.
3. In Schritt 5 wurden nicht Amplitudenmaxima, sondern halbe Phasendurchläufe (180°-Übergänge) gezählt.
4. In Schritt 6 wurde die Endpositionierung vom [EMPÄNGER] nicht auf ein Amplitudenmaximum, sondern auf eine mit der Startposition übereinstimmende Phasenlage vorgenommen.

Zwischen der Wellenlänge  $\lambda$ , der gemessenen Anzahl ganzer 360°-Phasendurchläufe  $n$  und dem Abstand  $\Delta L$  besteht offensichtlich folgender, einfacher Zusammenhang:

$$\lambda = \frac{\Delta L}{n} \quad (16)$$

### 2.2.3 Messergebnisse

Die Messungen wurden unverändert bei folgender Frequenz durchgeführt

$$f = (40,12 \pm 0,01) \text{ kHz.} \quad (17)$$

Messung	Anz. 360°-Phasen	Anfangspos. Empfänger	Endposition Empfänger	Abstand $x_e - x_a$	Streuung Abstand	Wellenlänge <i>siehe Formel (16)</i>
$i$	$n$	$x_a$ [mm]	$x_e$ [mm]	$\Delta L$ [mm]	$(\Delta L_i - \overline{\Delta L})^2$ [mm <sup>2</sup> ]	$\lambda$ [mm]
1	3.5	100	129	29	1,7778	8,286
2	3.5	100	132	32	2,7778	9,142
3	3.5	100	130	30	0,1111	8,571
Mittelwert:				30,33	1,5556	8,667

Tabelle 2: Wellenlängenbestimmung durch Phasenmessung an stehender Welle.



## 2.2.4 Auswertung und Fehlerabschätzung

### 2.2.4.1 Wellenlänge

Die Varianz  $s^2$  der Messreihe in Bezug auf  $\Delta L$  beträgt somit:

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum (\Delta L_i - \overline{\Delta L})^2 = \frac{1}{3} 1,5556 \text{ mm}^2 = 0,5185 \text{ mm}^2 \quad (18)$$

Daraus ergibt sich aus der Streuung für die Grundgesamtheit die folgende Standardabweichung für die Längenmessung  $\sigma_{\Delta L1}$ :

$$\sigma_{\Delta L1} = \sqrt{\frac{N}{N-1} s^2} = \sqrt{\frac{3}{3-1} 0,5185 \text{ mm}^2} = \pm 0,88 \text{ mm} \quad (19)$$

Diese überträgt sich auf die Wellenlänge mit folgendem Zusammenhang:

$$\sigma_{\lambda 1} = \sqrt{\left(\frac{\partial \lambda}{\partial (\Delta L)}\right)^2 \sigma_{\Delta L1}^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{n}\right)^2 \sigma_{\Delta L1}^2} = \frac{\sigma_{\Delta L1}}{n} = \frac{0,88}{3,5} = 0,25 \text{ mm} \quad (20)$$

Der systematische Fehler der Ortsbestimmung wird wieder mit  $\sigma_{\Delta L2} = \pm 1 \text{ mm}$  angenommen, daher wird folgender systematischer Messfehler  $\sigma_{\lambda 2}$  für die ermittelte Wellenlänge angenommen:

$$\sigma_{\lambda 2} = \frac{1}{n} \sigma_{\Delta L2} = \frac{1}{3,5} 1 \text{ mm} = \pm 0,29 \text{ mm}. \quad (21)$$

Damit ergibt sich ein abgeschätzter Gesamtmessfehler:

$$\sigma_{\lambda} \approx \sigma_{\lambda 1} + \sigma_{\lambda 2} = 0,88 \text{ mm} + 0,29 \text{ mm} \approx \pm 1,2 \text{ mm}. \quad (22)$$

Das Messergebnis für die Wellenlänge lautet daher:

$$\lambda = (8,7 \pm 1,2) \text{ mm}. \quad (23)$$

### 2.2.4.2 Schallgeschwindigkeit

Mit den Formeln (13) und (14) kann wiederum die Schallgeschwindigkeit und der Messfehler für die Schallgeschwindigkeit berechnet werden:

$$v = (349 \pm 48) \frac{\text{m}}{\text{s}}. \quad (24)$$

## 2.2.5 Interpretation

Die Werte stimmen innerhalb der Toleranzen mit den Referenzwerten aus Kapitel 2.1.5 überein.

## 2.3 Intensitätsmessung im Halbkreis

### 2.3.1 Versuchsaufbau

Die Anspeisungs- und Messverbindungen zwischen Funktionsgenerator, Oszilloskop, Sender und Empfänger blieben unverändert. Das Oszilloskop [OSZI-TDS] wurde wieder in den XT/YT-Betrieb umgestellt.

[SENDER] und [EMPFÄNGER] wurden, wie in folgender Skizze dargestellt, an der halbkreisförmigen Plexiglasscheibe [HALBKREIS] mit untergelegtem Winkelmaß (Radius 17cm) positioniert:

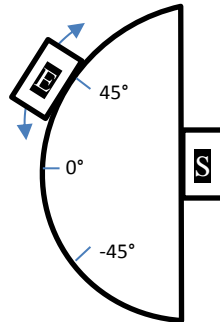


Abbildung 1: Positionierung von Sender und Empfänger am Plexiglashalbkreis ( $r=17\text{cm}$ ) zur Messung der Strahlungsverteilung

Die Versuchsreihe wurde auf einem Arbeitsplatz durchgeführt, der mit einer auf Papier gedruckten Halbkreis-Grad-Skala ausgestattet ist, auf den die Plexiglasscheibe [HALBKREIS] aufgelegt wurde. Die halbkreisförmige Plexiglasscheibe [HALBKREIS] wurde bei radialer Messung um den Sender verwendet, in dem der Empfänger an der Kante der Scheibe, wie in Abbildung 1 gezeigt, entlang geführt wurde.

### 2.3.2 Messmethode

1. Der [SENDER] wurde wie in Abbildung 1 gezeigt positioniert.
1. Der [EMPFÄNGER] wurde zu 0°-Marke bewegt, und der [SENDER] vorsichtig so justiert, dass die Messamplitude maximal wurde.
2. Der [EMPFÄNGER] wurde, ausgehend von der Grundposition 0°, in verschiedene Positionen am Halbkreis gebracht, wobei ein unter der Plexiglasscheibe angebrachtes Winkelmaß die Positionsbestimmung erlaubte.
3. Die am Oszilloskop [OSZI-TDS] gemessene Spitze-Spitze-Signalamplitude  $U_{SS}$  wurde für jeden Winkel protokolliert.

### 2.3.3 Messergebnis

Die Messungen wurden unverändert bei  $f = (40,12 \pm 0,01) \text{ kHz}$  durchgeführt

Die Messgenauigkeit der Amplitudenspannung  $U_{SS}$  beträgt  $\pm 0,04V$

Position Empfänger	Signal-Amplitude Empfänger	Position Empfänger	Signal-Amplitude Empfänger
$\varphi$ [°]	$U_{SS}$ [V]	$\varphi$ [°]	$U_{SS}$ [V]
0,0	2,40	37,5	0,27
2,5	2,35	40,0	0,36
5,0	1,68	42,5	0,37
7,5	1,32	45,0	0,40
10,0	1,30	47,5	0,33
12,5	0,90	50,0	0,38
15,0	0,92	52,5	0,20
17,5	1,10	55,0	0,24
20,0	1,16	57,5	0,18
22,5	1,02	60,0	0,23
25,0	0,94	62,5	0,24
27,5	0,74	65,0	0,23
30,0	0,40	67,5	0,24
32,5	0,18	70,0	0,31
35,0	0,13		

Tabelle 3: Abstrahlcharakteristik des Senders.

### 2.3.4 Auswertung und Interpretation

Die folgende Abbildung zeigt den Verlauf der Empfängeramplitude bei einer Positionierung des Empfängers zwischen  $0^\circ$  und  $70^\circ$ . Die roten Punkte stellen die Messdaten dar, die blaue Linie ist eine polynomielle Interpolation der Messdaten.

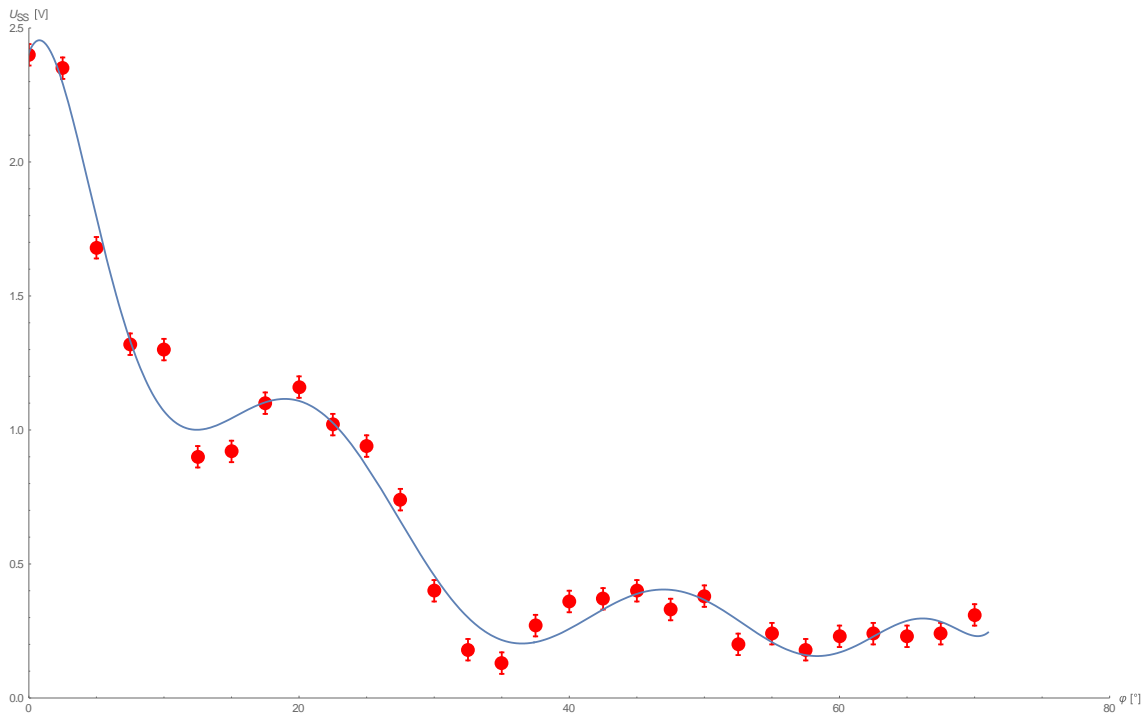


Abbildung 2: Abstrahlcharakteristik des Senders

Man erkennt erstens, dass der Sender eine Richtcharakteristik aufweist (die größte Amplitude tritt auf, wenn der Empfänger bei  $\varphi = 0^\circ$  positioniert wird).

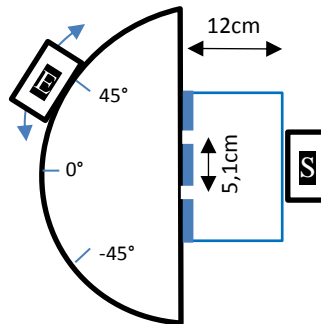
Zusätzlich kann man aber auch Interferenzerscheinungen in Abhängigkeit zum Positionierungswinkel  $\varphi$  erkennen. Dies war ad hoc nicht zu erwarten, da (theoretisch) der Abstand zwischen Sender und Empfänger entlang des Halbkreises gleich bleibt. Bei einer theoretisch absolut symmetrischen Konfiguration (z.B. wenn der Sender punktförmig wäre und eine Kugelabstrahlcharakteristik hätte) würde dieser Effekt nicht auftreten. Tatsächlich entstehen aber in der Realität offenbar Laufzeitunterscheide und Reflexionen, die zum beobachteten Interferenzeffekt führen.

## 2.4 Interferenz am Doppelspalt

### 2.4.1 Versuchsaufbau

Die Anspeisungs- und Messverbindungen zwischen Funktionsgenerator, Oszilloskop, Sender und Empfänger blieben unverändert. Das Oszilloskop [OSZI-TDS] wurde wieder in den XT/YT-Betrieb umgestellt.

[SENDER] und [EMPFÄNGER] wurden wie in folgender Skizze dargestellt positioniert:



**Abbildung 3: Positionierung des Senders S hinter dem Doppelspalt (Spaltbreite 8mm, Spaltabstand 5,1cm) zur Messung von Interferenzerscheinungen mit Hilfe des beweglichen Empfängers E.**

Als [DOPPELSPALT] wurde eine L-förmige Metallplatte genützt, die Spalten sind parallel und jeweils 8 mm breit, sowie 5,1 cm voneinander entfernt. Der [SENDER] wurde 12 cm hinter dem [DOPPELSPALT] positioniert.

### 2.4.2 Messmethode

1. Der [SENDER] wurde wie in Abbildung 3 gezeigt positioniert.
2. Der [EMPFÄNGER] wurde zu 0°-Marke bewegt, und der [SENDER] vorsichtig so justiert, dass die Messamplitude maximal wurde.
3. Der [EMPFÄNGER] wurde abschließend, ausgehend von  $\varphi = -30^\circ$ , in 3°-Schritten um den Halbkreis bewegt, wobei ein unter der Plexiglasscheibe angebrachtes Winkelmaß die Positionsbestimmung erlaubte.
4. Die am Oszilloskop [OSZI-TDS] gemessene Spitze-Spitze-Signalamplitude  $U_{SS}$  wurde für jeden Winkel protokolliert.

### 2.4.3 Messergebnis

Die Messungen wurden unverändert bei  $f = (40,12 \pm 0,01) \text{ kHz}$  durchgeführt

Die Messgenauigkeit der Amplitudenspannung  $U_{SS}$  beträgt  $\pm 0,04V$

Position Empfänger	Signal-Amplitude Empfänger	Position Empfänger	Signal-Amplitude Empfänger
$\varphi$ [°]	$U_{SS}$ [mV]	$\varphi$ [°]	$U_{SS}$ [mV]
-30	212	0	410
-27	234	3	270
-24	238	6	222
-21	298	9	300
-18	194	12	306
-15	150	15	143
-12	322	18	203
-9	348	21	282
-6	214	24	210
-3	244	27	150

Tabelle 4: Interferenz am Doppelspalt.

### 2.4.4 Auswertung und Interpretation

Der Intensitätsverlauf an einem Doppelspalt ist mit folgender Formel definiert, wobei  $d$  dem Spaltabstand und  $b$  der Spaltbreite entspricht<sup>3</sup>:

$$I(\varphi) = I_0 \left( \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin(\varphi)\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin(\varphi)} \right)^2 \cos^2 \left( \frac{d\pi}{\lambda} \sin(\varphi) \right) \quad (25)$$

Da die Intensität proportional zum Quadrat der Amplitude ist, müssen die Amplitudenwerte mit dem Verlauf der Quadratwurzel der Intensität verglichen werden:

$$U_{SS}(\varphi) \propto \sqrt{I(\varphi)} = U_{offset} + \sqrt{I_0 \left( \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin(\varphi)\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin(\varphi)} \right)^2 \cos^2 \left( \frac{d\pi}{\lambda} \sin(\varphi) \right)} \quad (26)$$

Die folgende Abbildung zeigt den Verlauf der Empfängeramplitude bei einer Positionierung des Empfängers zwischen  $-30^\circ$  und  $+30^\circ$ . Die roten Punkte stellen die Messdaten dar, die blaue Linie entspricht dem erwarteten Verlauf gemäß Formel (25), parametrisiert mit  $U_{offset} = 120 \text{ mV}$  und  $I_0 = 260 \text{ mV}^2$ .

<sup>3</sup> Vgl.: [Katz, 2015], Seite 1145

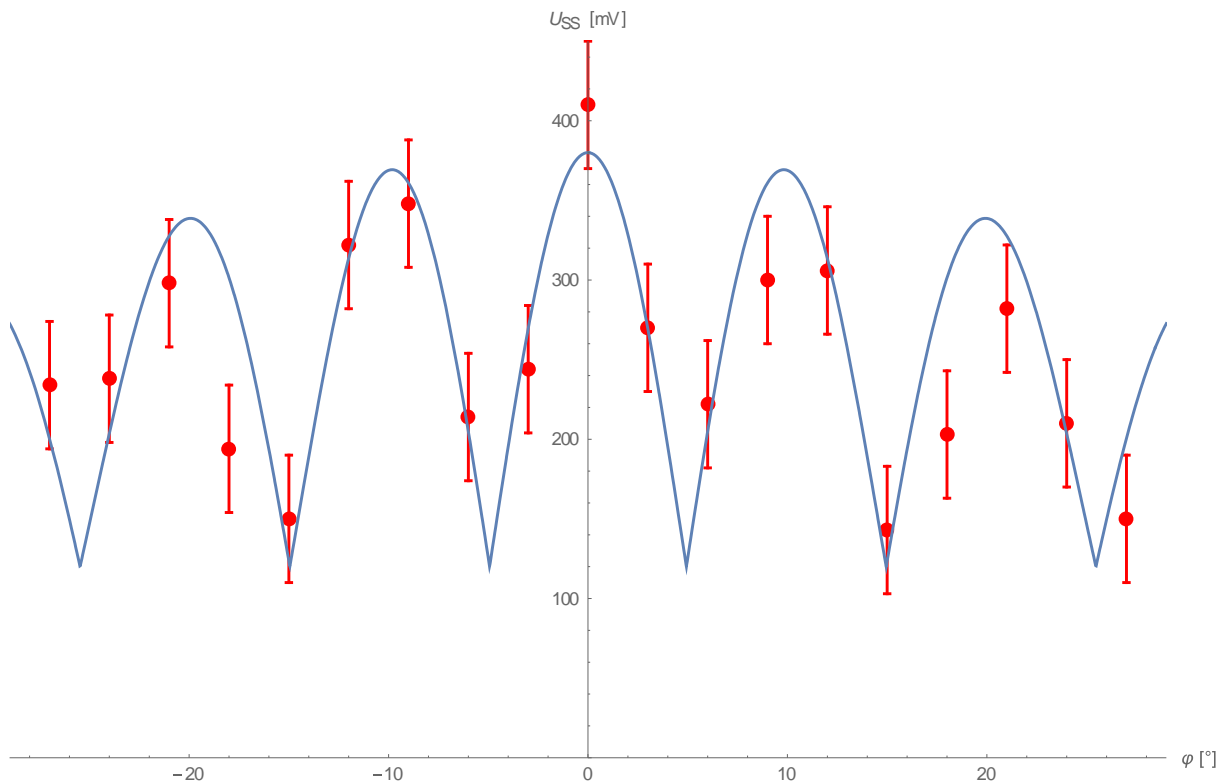


Abbildung 4: Interferenz beim Doppelspalt

Es ist zu erkennen, dass aufgrund der geringen Amplitude die Messung mit einer in Relation zum Messwert relativ großen Unsicherheit behaftet ist. Im Bereich zwischen  $-30^\circ < \varphi < 30^\circ$  entsprechen die Messwerte innerhalb der Messtoleranzen dem erwarteten Verlauf dennoch relativ gut.

Die Positionen von Minima und Maxima können leicht aus geometrischen Überlegungen abgeleitet werden, oder auch aus dem Argument des  $\cos^2$ -Terms von Formel (25): Für jedes Minimum muss für das Argument des  $\cos^2$ -Terms offensichtlich gelten:

$$\frac{d\pi}{\lambda} \sin(\varphi_{min}) \stackrel{!}{=} \frac{2n+1}{2} \pi \Rightarrow \varphi_{min} = \arcsin\left(\frac{2n+1}{2} \frac{\lambda}{d}\right); n \in \mathbb{Z} \quad (27)$$

Bei jedem Maximum gilt:

$$\frac{d\pi}{\lambda} \sin(\varphi_{max}) \stackrel{!}{=} n\pi \Rightarrow \varphi_{max} = \arcsin\left(n \frac{\lambda}{d}\right); n \in \mathbb{Z} \quad (28)$$

Im vorliegenden Fall ( $\lambda = 8,6\text{mm}$ ;  $d = 50\text{mm}$ ) ergeben sich Maxima bei

$$\varphi_{max} = \dots, -20,1^\circ, -9,9^\circ, 0^\circ, +9,9^\circ, +20,1^\circ, \dots \quad (29)$$

Die Minima liegen bei

$$\varphi_{min} = \dots, -15,0^\circ, -4,9^\circ, +4,9^\circ, +15,0^\circ, \dots \quad (30)$$

Diese Werte korrelieren gut mit der Messung.

## 2.5 Lloydscher Spiegel

### 2.5.1 Versuchsaufbau

Die Anspeisungs- und Messverbindungen zwischen Funktionsgenerator, Oszilloskop, Sender und Empfänger blieben unverändert.

[SENDER] und [EMPFÄNGER] wurden, wie in folgender Skizze dargestellt, beide am [HALBKREIS] positioniert. An der abgeschnittenen Seite des Halbkreises wurde als Reflektor ein Karton in Größe DIN A5 senkrecht aufgestellt und mit dem L-förmigen Doppelspaltblech gestützt. (Zu beachten: Das L-förmige Blechstück diente hier nur der mechanischen Fixierung des Reflektors und hatte sonst keine akustische Funktion)

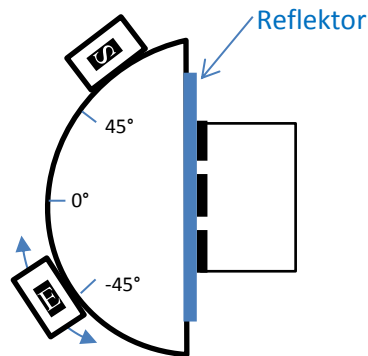


Abbildung 5: Positionierung des Senders S und Empfängers E relativ zum Reflektor im Versuch „Lloydscher Spiegel“

### 2.5.2 Messmethode

1. Der [SENDER] S wurde wie in Abbildung 5 gezeigt, bei einem definierten, fixen Winkel (im ersten Durchlauf bei  $70^\circ$ , im zweiten Durchlauf bei  $50^\circ$ ) aufgestellt.
2. Es wurde mit dem Oszilloskop festgestellt, in welchem Bereich des unteren Halbkreises das reflektierte Signal gut messbar ist.
3. Der [EMPFÄNGER] E wurde anschließend in  $2,5^\circ$ -Schritten in diesem Bereich um den unteren Halbkreis bewegt, wobei ein unter der Plexiglasscheibe angebrachtes Winkelmaß die Positionsbestimmung erlaubte.
4. Die am Oszilloskop [OSZI-TDS] gemessene Spitze-Spitze-Signalamplitude  $U_{SS}$  wurde für jeden Winkel protokolliert.
5. Wenn ein Maximum oder Minimum deutlich außerhalb des  $2,5^\circ$ -Rasters feststellbar war, wurde auch dieser Zwischenwert gemessen und protokolliert.



### 2.5.3 Messergebnisse

Die Messungen wurden unverändert bei  $f = (40,12 \pm 0,01) \text{ kHz}$  durchgeführt

Die Messgenauigkeit der Amplitudenspannung  $U_{SS}$  beträgt  $\pm 0,04V$

1. Messreihe: Sender bei 70°		2. Messreihe: Sender bei 50°	
Position Empfänger	Signal-Amplitude Empfänger	Position Empfänger	Signal-Amplitude Empfänger
$\varphi$ [°]	$U_{SS}$ [V]	$\varphi$ [°]	$U_{SS}$ [mV]
-80,0	1,33	-60,0	1,22
-78,0	1,80	-57,0	1,43
-77,0	1,67	-54,0	1,37
-74,0	0,93	-51,0	1,39
-71,0	1,62	-48,0	1,42
-68,0	0,92	-45,0	1,15
-66,5	0,83	-42,0	0,96
-65,0	1,20	-39,0	1,00
-63,0	1,16	-37,0	0,69
-62,0	1,05	-36,0	0,74
-59,0	0,72	-33,0	0,57
-56,0	0,83	-30,0	0,67
-53,0	0,60	-27,0	0,43
-50,0	0,65	-24,0	0,36
-47,0	0,54	-21,0	0,29
-44,0	0,33	-17,0	0,13
-41,0	0,30	-18,0	0,45
-38,0	0,30	-15,0	0,58

Tabelle 5: Interferenz am lloydschen Spiegel.

## 2.5.4 Auswertung und Interpretation

Die folgenden zwei Grafiken zeigen den Amplitudenverlauf zwischen  $-80^\circ \leq \varphi_E \leq -38^\circ$  für die Senderposition  $\varphi_S = 70^\circ$  bzw. zwischen  $-60^\circ \leq \varphi_E \leq -38^\circ$  für die Senderposition  $\varphi_S = 50^\circ$ . Die roten Punkte zeigen jeweils die Messwerte; die blauen Linien sind eine Interpolation zwischen den Messwerten zur Verdeutlichung.

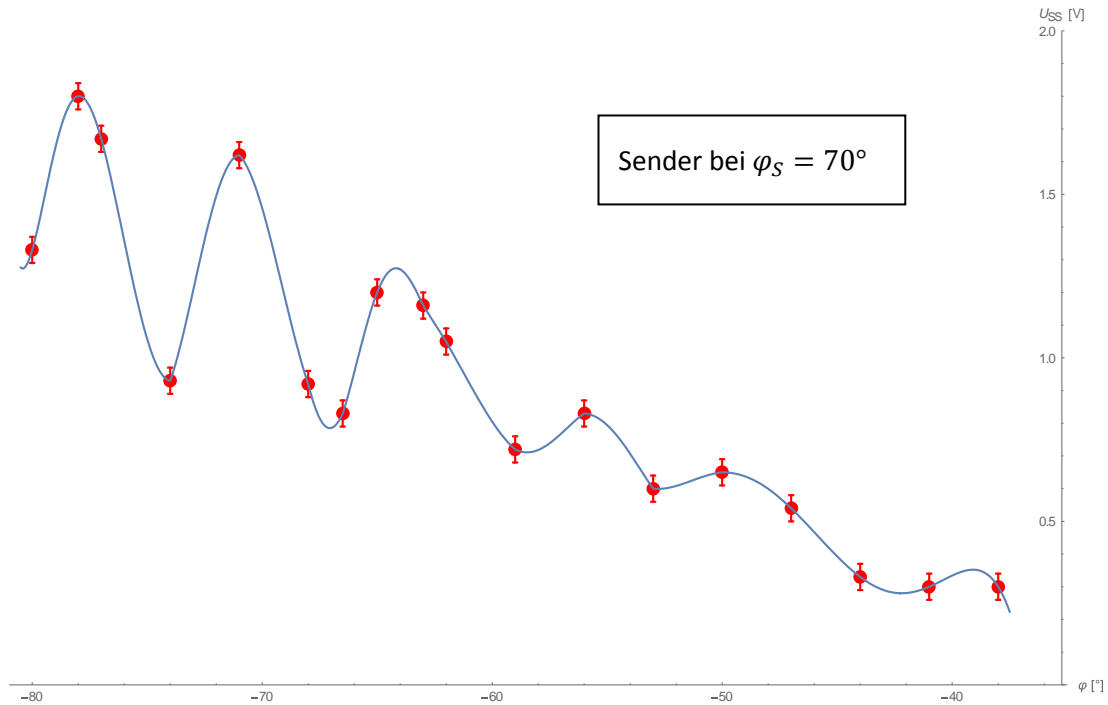


Abbildung 6: Interferenzerscheinungen am Lloydschen Spiegel; der Sender steht auf  $\varphi_S = 70^\circ$ .

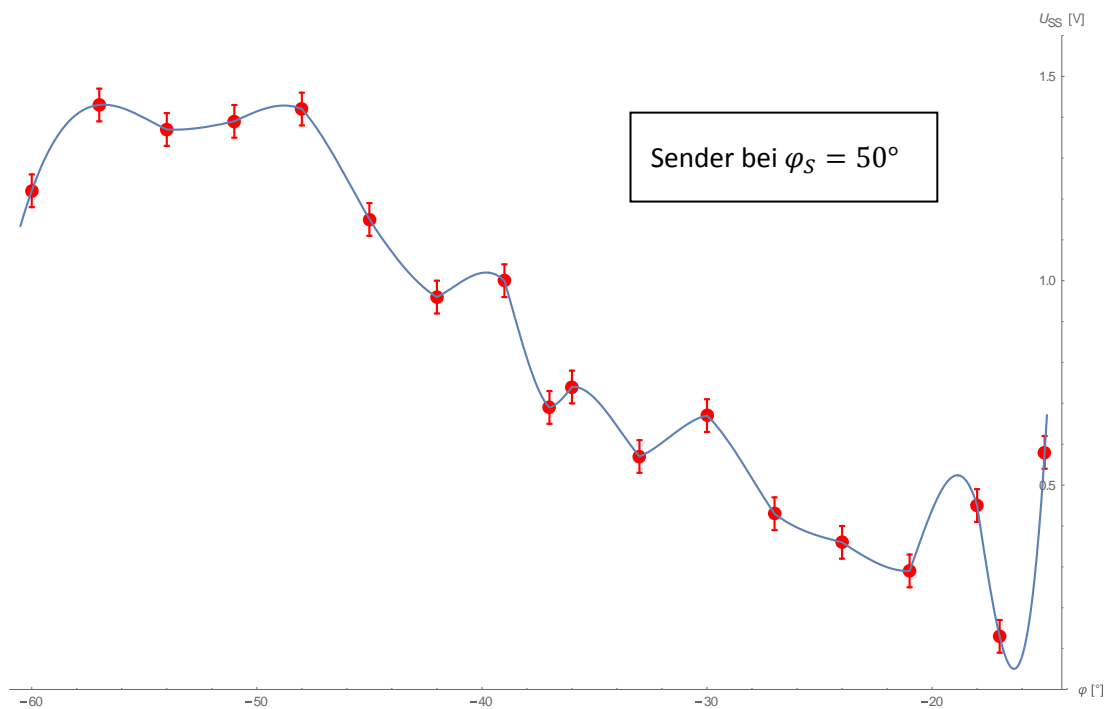


Abbildung 7: Interferenzerscheinungen am Lloydschen Spiegel; der Sender steht auf  $\varphi_S = 50^\circ$ .

Während bei der ersten Messreihe für  $\varphi_S = 70^\circ$  die Interferenzerscheinungen deutlich zu erkennen sind, sind diese bei der zweiten Messreihe für  $\varphi_S = 50^\circ$  bei weitem nicht mehr so deutlich ausgeprägt.

## 2.6 Interferenz mit zwei phasensynchronen Sendern gleicher Frequenz

### 2.6.1 Versuchsaufbau

Folgende Veränderung am Versuchsaufbau wurde vorgenommen:

- Am  $50\Omega$ -Ausgang des Funktionsgenerators [FG-TG330] wurde mit Hilfe eines Koaxial-Splitters ein zweiter [SENDER] angeschlossen.

Abschließend wurden beide [SENDER], wie in folgender Abbildung gezeigt, nebeneinander positioniert

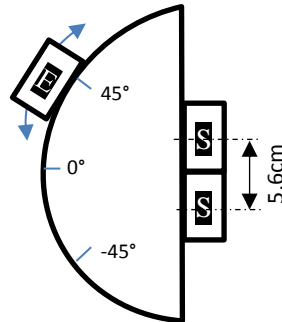


Abbildung 8: Positionierung von 2 phasengleich gespeisten Sendern S im Abstand von 6 cm zur Messung von Interferenzerscheinungen mit Hilfe des beweglichen Empfängers E.

### 2.6.2 Messmethode

1. Die beiden [SENDER] wurden wie in Abbildung 3 gezeigt positioniert.
2. Der [EMPFÄNGER] wurde zu  $0^\circ$ -Marke bewegt, und die [SENDER] vorsichtig so justiert, dass die Messamplitude maximal wurde.
3. Der [EMPFÄNGER] wurde abschließend, ausgehend von  $\varphi = -35^\circ$ , in  $2,5^\circ$ -Schritten um den Halbkreis bewegt, wobei ein unter der Plexiglasscheibe angebrachtes Winkelmaß die Positionsbestimmung erlaubte.
4. Die am Oszilloskop [OSZI-TDS] gemessene Spitze-Spitze-Signalamplitude  $U_{SS}$  wurde für jeden Winkel protokolliert.

### 2.6.3 Messergebnis

Die Messungen wurden unverändert bei  $f = (40,12 \pm 0,01) \text{ kHz}$  durchgeführt

Die Messgenauigkeit der Amplitudenspannung  $U_{SS}$  beträgt  $\pm 0,04V$

Position Empfänger	Signal-Amplitude Empfänger	Position Empfänger	Signal-Amplitude Empfänger
$\varphi$ [°]	$U_{SS}$ [V]	$\varphi$ [°]	$U_{SS}$ [V]
-35,0	0,32	0,0	1,10
-32,5	0,31	2,5	0,44
-30,0	0,67	5,0	0,73
-27,5	0,75	7,5	1,23
-25,0	0,42	10,0	1,14
-22,5	0,29	12,5	0,64
-20,0	0,78	15,0	0,81
-17,5	0,93	17,5	1,00
-15,0	0,48	20,0	0,83
-12,5	0,60	22,5	0,45
-10,0	1,15	25,0	0,47
- 7,5	0,94	27,5	0,40
- 5,0	0,41	30,0	0,38
- 2,5	0,70	32,5	0,36
		35,0	0,23

Tabelle 6: Interferenz mit zwei nebeneinander stehenden, phasengleichen Sendern.

## 2.6.4 Auswertung und Interpretation

Der erwartete Intensitätsverlauf lässt sich ebenfalls mit Formel (25) beschreiben, wobei für den Spaltabstand  $d$  der Abstand der Lautsprecher, und für die Spaltbreite der Durchmesser der strahlenden Lautsprechermembran einzusetzen ist.

Wie bereits bei Kapitel 2.4.4 sind die Amplitudenwerte mit der Quadratwurzel der Intensität zu vergleichen, wobei zusätzlich ein Verschiebungswinkel  $\varphi_0$  in die Formel aufgenommen wurde, der die in den Messwerten zu Tage tretende leichte Asymmetrie der Messanordnung abbildet.

$$U_{SS}(\varphi) \propto \sqrt{I(\varphi)} = U_{offset} + \sqrt{I_0 \left( \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin(\varphi + \varphi_0)\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin(\varphi + \varphi_0)} \right)^2 \cos^2\left(\frac{d\pi}{\lambda} \sin(\varphi + \varphi_0)\right)} \quad (31)$$

Die folgende Abbildung zeigt den Verlauf der Empfängeramplitude bei einer Positionierung des Empfängers zwischen  $-35^\circ$  und  $+35^\circ$ . Die roten Punkte stellen die Messdaten dar, die blaue Linie entspricht dem erwarteten Verlauf gemäß Formel (31), parametrisiert mit  $U_{offset} = 0,25mV$ ,  $I_0 = 1,05V^2$  und  $\varphi_0 = 0,7^\circ$ .

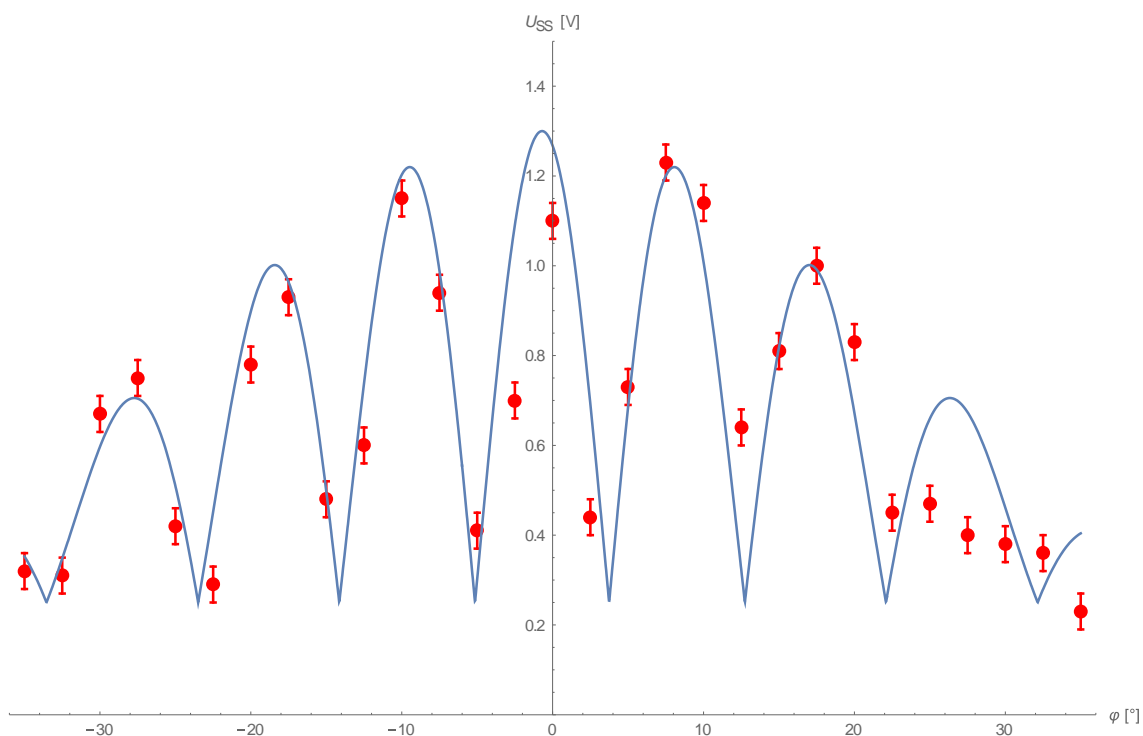


Abbildung 9: Interferenz bei zwei phasengleich gespeisten, parallel aufgestellten Sendern

Im vorliegenden Fall ( $\lambda = 8,6mm$ ;  $d = 56mm$ ) ergeben sich Maxima gemäß Formel (28), abzüglich des festgestellten Verschiebungswinkels  $\varphi_0 = 0,7^\circ$ , bei

$$\varphi_{max} = \dots, -28,1^\circ, -18,6^\circ, -0,7^\circ, +8,1^\circ, +17,2^\circ, +26,7^\circ \dots \quad (32)$$

Die Minima liegen entsprechend Formel (27) (28), abzüglich des festgestellten Verschiebungswinkels  $\varphi_0$ , bei

$$\varphi_{min} = \dots, -33,5^\circ, -23,5^\circ, -14,1^\circ, -5,1^\circ, +3,7^\circ, +12,7^\circ, +22,1^\circ, \dots \quad (33)$$

Die Messdaten korrelieren im Bereich von  $-35^\circ < \varphi < +23^\circ$  gut mit dem physikalischen Modell.

## 2.7 Schwebung

### 2.7.1 Versuchsaufbau

Folgender Versuchsaufbau wurde realisiert:

- Am  $50\Omega$ -Ausgang des ersten Funktionsgenerators [FG-TG330] wurde der erste [SENDER] angeschlossen.
- Am  $50\Omega$ -Ausgang des zweiten Funktionsgenerators [FG-TG330] wurde der zweite [SENDER] angeschlossen.
- Die  $600\Omega$ -Ausgänge beider Funktionsgeneratoren wurden mit den in Abbildung 10 dargestellten Signalmischstufe zusammengemischt.
- Das Signal wurde dann in die in Abbildung 11 gezeigte Tiefpass-Empfangsschaltung geleitet.

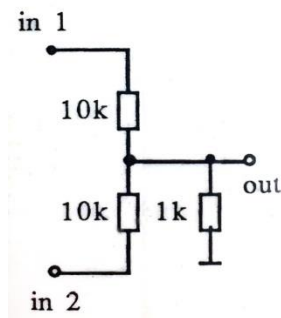


Abbildung 10: Mischstufe

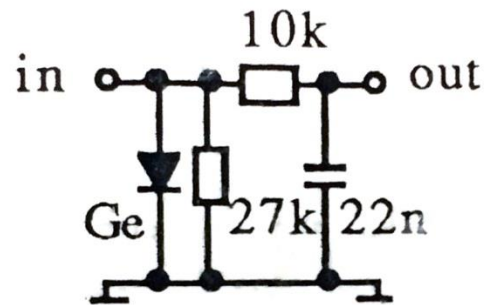


Abbildung 11: Tiefpass-Empfangsschaltung

- Der Ausgang der Tiefpass-Empfangsschaltung wurde an Kanal 1 des Oszilloskops angeschlossen.
- Der Ultraschall-Empfänger mit nachgeschaltetem zweistufigen, aktiven Bandpassfilter (38-42 kHz,  $v=1250$ -fach) [EMPÄNGER] blieb an das zugehörige Versorgungsgerät (welches Netzteil und aktiven Bandpass beinhaltet) angeschlossen.
- Das Signal von [EMPÄNGER] wurde über das Versorgungsgerät an Kanal 2 des Oszilloskops [OSZI-TDS] weitergeleitet.
- Kanal 1 des Oszilloskops wurde als Triggerbasis eingestellt.
- Die zwei Sender und der Empfänger wurden wie in Abbildung 12 gezeigt positioniert

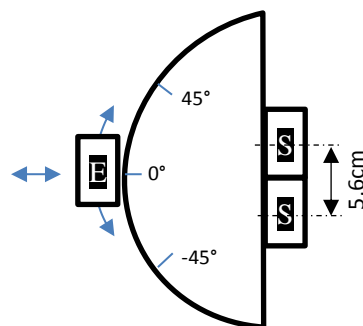


Abbildung 12: Positionierung der zwei Sender und des Empfängers im Versuch „Schwebung“

Durch diese Konfiguration ist es möglich, die Sender mit leicht unterschiedlichen Frequenzen zu speisen, und das Empfängersignal an Kanal 2 des Oszilloskops zu beobachten und mit dem in der Mischstufe gemischten und Tiefpass-gefilterten Signal auf Kanal 1 zu vergleichen. Das tiefpass-gefilterte Signal der Mischstufe repräsentiert die zu erwartende Hüllkurve der Schwebung. Durch die Triggerung auf dieser Hüllkurve kann die Phasenverschiebung in Bezug auf die Einhüllende beim Empfänger für verschiedene Positionierungen beobachtet werden.

### 2.7.2 Messmethode

1. Der erste [SENDER] wurde mit einer Frequenz von 40,28 kHz gespeist.
2. Der zweite [SENDER] wurde mit einer Frequenz von 38,52 kHz gespeist.
3. Der [EMPFÄNGER] wurde auf die 0°-Position gestellt
4. Am Oszilloskop wurde ein Triggerlevel gesucht, der eine stabile Anzeige ergab.
5. Der Empfänger wurde an der 0°-Markierung vom [SENDER] weg und zum [SENDER] hin bewegt. Es wurde die Amplitude und Phase der Einhüllenden beobachtet.

### 2.7.3 Messergebnis

In der Ausgangsposition  $\varphi_E = 0^\circ$  wurde (nach Einstellung eines geeigneten des Triggerlevels) eine deutliche Schwebung beobachtet.

Bei Veränderung des Abstandes bei gleichbleibendem Winkel veränderte sich zwar die Amplitude (wegen der bereits in Kapitel 2.1 gemessenen Interferenzen bei stehenden Wellen), bei der Hüllkurve gab es allerdings nur Zustände mit entweder 0° oder 180° Phasenverschiebung.

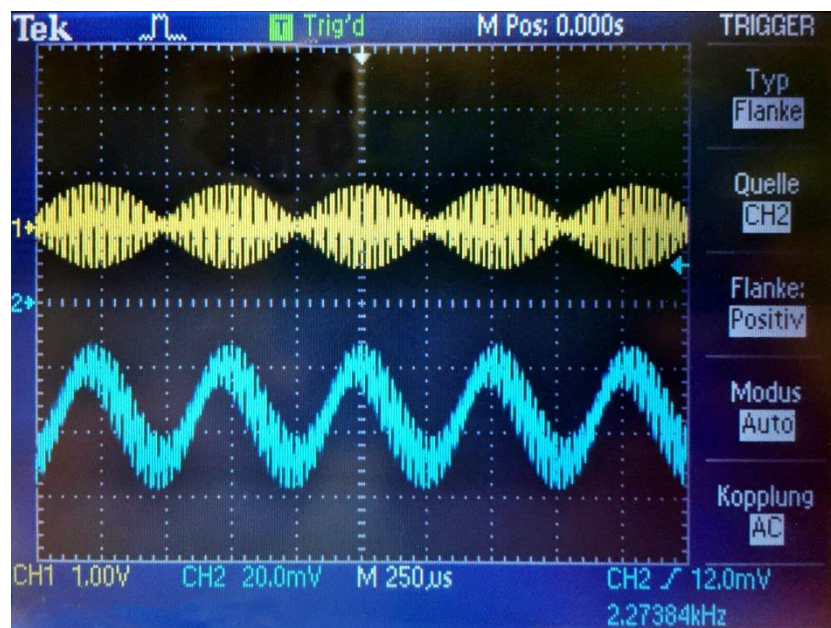


Abbildung 13: Akustische Schwebung (gelbes Kurve) mit 0° Phasenverschiebung und Hüllensignal aus der Mischstufe (nach Tiefpass) als Triggerbasis und Phasenreferenz (blaue Kurve)

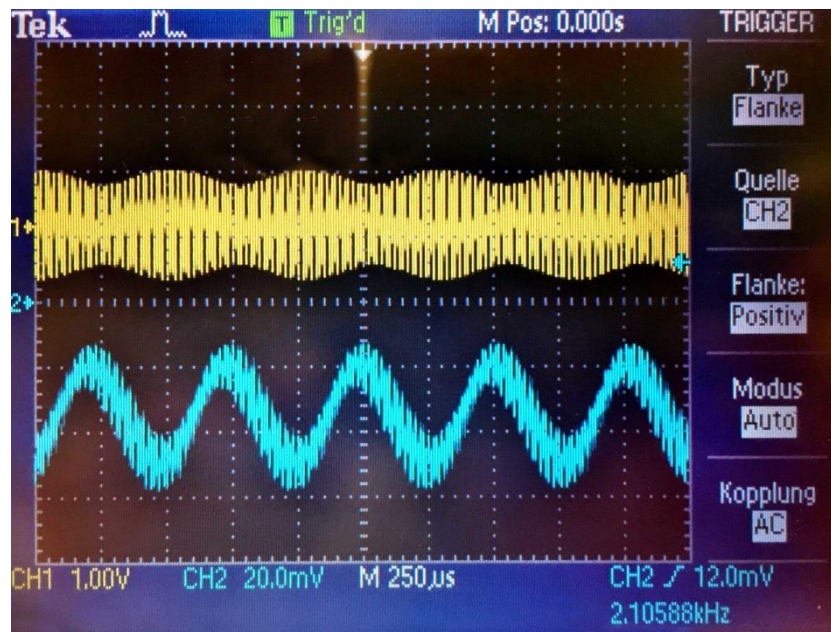


Abbildung 14: Akustische Schwebung (gelbes Kurve) mit  $180^\circ$  Phasenverschiebung und Hüllensignal aus der Mischstufe (nach Tiefpass) als Triggerbasis und Phasenreferenz (blaue Kurve)

## 2.7.4 Interpretation

Es ist zu erwarten, dass sich zwischen jedem den beiden Sender und dem Empfänger jeweils eine stehende Welle ausbildet, und sich diese Wellen überlagern.

Ausgehend von Gleichung (3) kann man daher schreiben:

$$\begin{aligned}\Psi(z, t) &= \Psi_1(z, t) + \Psi_2(z, t) \\ \Psi(z, t) &= 2A_1 \cos\left(k_1 z - \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\omega_1 t + \frac{\pi}{2}\right) + 2A_2 \cos\left(k_2 z - \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\omega_2 t + \frac{\pi}{2}\right)\end{aligned}\quad (34)$$

Es gilt:

$$k = \frac{\omega}{v_{ph}} \quad (35)$$

Und daher:

$$\Psi(z, t) = 2A_1 \cos\left(\frac{\omega_1}{v_{ph}} z - \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\omega_1 t + \frac{\pi}{2}\right) + 2A_2 \cos\left(\frac{\omega_2}{v_{ph}} z - \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\omega_2 t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (36)$$

Wenn man diese Funktion über die Zeit  $t$  für verschiedene Orte  $z$  plottet erhält man folgendes Ergebnis:



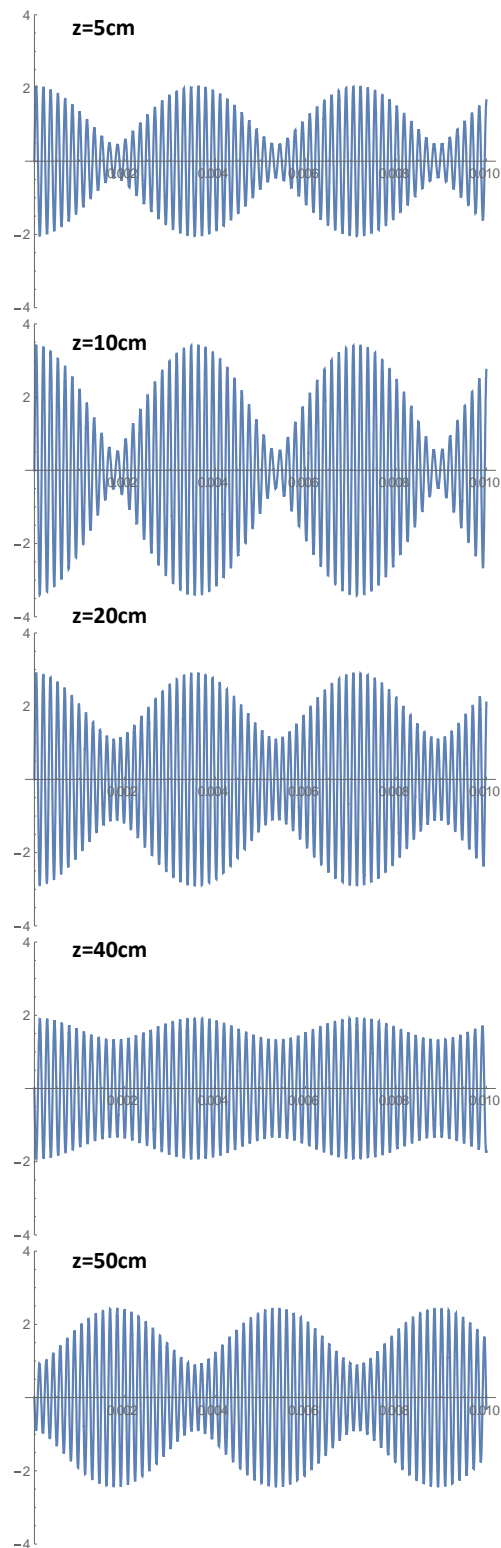


Abbildung 15: berechnete Schwebungen an verschiedenen Orten

Man kann erkennen, dass in vielen Fällen die Phasenverschiebung der Hüllkurve  $0^\circ$  beträgt, an manchen Positionen (z.B.  $z = 50\text{cm}$ ) gibt es jedoch eine Phasenverschiebung von  $180^\circ$  (vergleiche auch Abbildung 13 und Abbildung 14). Die Messung stimmt daher mit dem physikalischen Modell überein.

## 3 Anhang

### 3.1 Verwendetes Equipment

[FG-TG330]	Funktionsgenerator TTi TG-330 (2 Stück)
[OSZI-TDS]	Oszilloskop Tektronix TDS 2002, zwei Kanäle, 60 MHz
[SENDER]	Piezohochtöner PH 5,9 von Visaton <sup>®</sup> mit einem Übertragungsbereich von 4 kHz bis >40 kHz
[EMPFÄNGER]	Ultraschall-Empfänger mit nachgeschaltetem zweistufigem aktivem Bandpassfilter (38-42 kHz, $v=1250$ fach) (2 Stück)
[S-EMPFANG]	Tiefpass-Empfangsschaltung (siehe Experimentbeschreibung)
[MISCHSTUFE]	Signalmischstufe 10k/10k/1k (siehe Experimentbeschreibung)
[DOPPELSPALT]	L-förmiges Doppelspaltblech mit 2 Spalten, Abstand 51 mm, Spaltbreite 8mm, Gesamtbreite 145mm
[HALBKREIS]	Halbkreisförmige Plexiglasscheibe mit untergelegtem Winkelmaß, Radius 17cm

### 3.2 Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Wellenlängenbestimmung durch Amplitudenmessung an stehender Welle. ....	5
Tabelle 2: Wellenlängenbestimmung durch Phasenmessung an stehender Welle. ....	7
Tabelle 3: Abstrahlcharakteristik des Senders. ....	10
Tabelle 4: Interferenz am Doppelspalt. ....	13
Tabelle 5: Interferenz am lloydschen Spiegel. ....	16
Tabelle 6: Interferenz mit zwei nebeneinander stehenden, phasengleichen Sendern. ....	19

### 3.3 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Positionierung von Sender und Empfänger am Plexiglashalbkreis ( $r=17\text{cm}$ ) zur Messung der Strahlungsverteilung. ....	9
Abbildung 2: Abstrahlcharakteristik des Senders. ....	11
Abbildung 3: Positionierung des Senders S hinter dem Doppelspalt (Spaltbreite 8mm, Spaltabstand 5,1cm) zur Messung von Interferenzerscheinungen mit Hilfe des beweglichen Empfängers E. ....	12
Abbildung 4: Interferenz beim Doppelspalt. ....	14
Abbildung 5: Positionierung des Senders S und Empfängers E relativ zum Reflektor im Versuch „Lloydscher Spiegel“ ..... 15	15
Abbildung 6: Interferenzerscheinungen am Lloydschen Spiegel; der Sender steht auf $\varphi_s = 70^\circ$ . ....	17
Abbildung 7: Interferenzerscheinungen am Lloydschen Spiegel; der Sender steht auf $\varphi_s = 50^\circ$ . ....	17
Abbildung 8: Positionierung von 2 phasengleich gespeisten Sendern S im Abstand von 6 cm zur Messung von Interferenzerscheinungen mit Hilfe des beweglichen Empfängers E. ....	18
Abbildung 9: Interferenz bei zwei phasengleich gespeisten, parallel aufgestellten Sendern. ....	20
Abbildung 10: Mischstufe. ....	21
Abbildung 11: Tiefpass-Empfangsschaltung. ....	21
Abbildung 12: Positionierung der zwei Sender und des Empfängers im Versuch „Schwebung“. ....	21
Abbildung 13: Akustische Schwebung (gelbes Kurve) mit $0^\circ$ Phasenverschiebung und Hüllensignal aus der Mischstufe (nach Tiefpass) als Triggerbasis und Phasenreferenz (blaue Kurve). ....	22
Abbildung 14: Akustische Schwebung (gelbes Kurve) mit $180^\circ$ Phasenverschiebung und Hüllensignal aus der Mischstufe (nach Tiefpass) als Triggerbasis und Phasenreferenz (blaue Kurve). ....	23
Abbildung 15: berechnete Schwebungen an verschiedenen Orten. ....	24

### 3.4 Literaturliste

- [Demtröder, 2015] Wolfgang Demtröder. Experimentalphysik 1, 7. Auflage. Springer, 2015
- [Tipler et al., 2015] Paul A. Tipler, Gene Mosca. Physik für Wissenschaftler und Ingenieure. 7. Auflage, Heidelberg. Springer, 2015.
- [Katz, 2015] Debora M. Katz. Physics for Scientists and Engineers: Foundations and Connections, Advance Edition, Band 2. Cengage Learning, 2015.