

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Versuchsaufbau, allgemein	2
3	Messung des Nulleffekts	3
3.1	Messverfahren	3
3.2	Messergebnis	3
4	Schwächung von Röntgenstrahlen in Abhängigkeit von der Absorberdicke	4
4.1	Messverfahren	4
4.2	Messergebnisse	5
4.2.1	Berechnung des Schwächungskoeffizienten und Fehlerrechnung . . .	5
4.2.2	Grafische Auswertung	6
4.3	Interpretation	8
5	Schwächung von Röntgenstrahlen in Abhängigkeit vom Absorbermaterial	8
5.1	Messverfahren	8
5.2	Messergebnisse	9
5.3	Interpretation	14
6	Bragg-Reflexion: Beugung von Röntgenstrahlen an einem NaCl-Einkristall	16
6.1	Messverfahren	16
6.2	Messergebnisse	17
6.2.1	Wellenlänge der Molybdän K_{α} -Linie	18
6.2.2	Wellenlänge der Molybdän K_{β} -Linie	19
6.3	Interpretation	19
7	Bestimmung des Planck'schen Wirkungsquantums mit dem Duane-Huntschen Verschiebungsgesetz	20
7.1	Messverfahren	20
7.2	Messergebnis	22
7.3	Interpretation	25
8	Anhang	26

1 Einleitung

Die in diesem Protokoll beschriebenen Experimente wurden am 17.05.2017 an der TU Wien im Rahmen des Praktikums Laborübungen III (134.126) von *Kassandra Kunz* und *Helmut Hörner* durchgeführt. Sie beschäftigen sich mit Röntgenstrahlen, insbesondere mit deren Schwächung in Abhängigkeit von Absorbermaterial und -dicke, mit der Bragg-Reflexion an einem Einkristall sowie der Bestimmung des Planck'schen Wirkungsquantums über das Duane-Hundtsche Verschiebungsgesetz.

2 Versuchsaufbau, allgemein

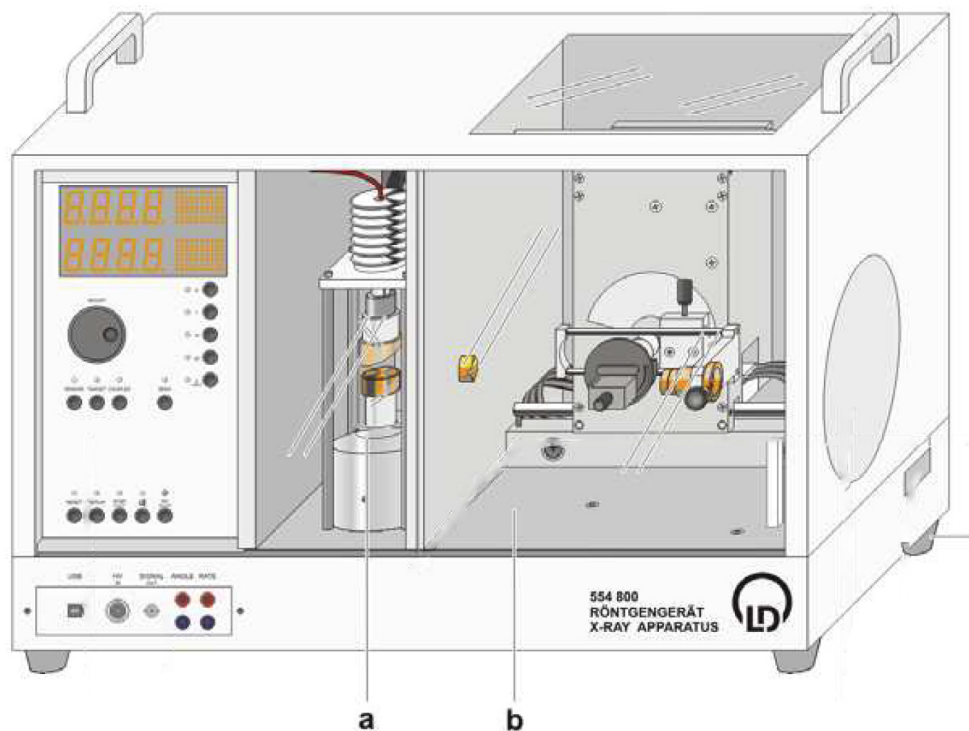


Abbildung 1: Röntgengerät 554880. a...Röntgenröhre. b...Experimentierraum mit montiertem Kollimator (links), Goniometer (mitte) und Zählrohr (rechts) (aus [LD 554800, S. 3])

- Das LD Didactic 554800 Röntgengerät [LD-554800] mit integriertem Zählrohr und Goniometer (siehe Abbildung 1) wurde mit einem USB-Kabel mit dem Standard-Industrie Barebone-PC [ESPRIMO] verbunden.
- Der Kollimator war in die Kollimatoraufnahme eingebaut.

- Das Goniometer mit Targethalter (ca. 5cm vom Kolimator entfernt) war an den zugehörigen Führungsstangen befestigt und mittels Flachbandkabel an die Goniometersteuerung angeschlossen
- Das Fensterzählrohr war ca. 5cm vom Targethalter entfernt am Sensorhalter montiert und auf den Kollimator ausgerichtet.

3 Messung des Nulleffekts

3.1 Messverfahren

- Unteres und oberes Winkellimit (Startwinkel und Endwinkel) wurden auf 0° eingestellt.
- Die Messzeit Δt wurde auf 300 s eingestellt.
- Die Röhrenspannung wurde auf $U = 0 \text{ kV}$ und der Emissionsstrom auf $I = 0 \text{ mA}$ eingestellt.
- Alle Bleiglastüren wurden geschlossen.
- Die automatisierte Messung wurde durch Betätigen der Taste SCAN gestartet.
- Nach erfolgter Messung wurden mittels der Taste REPLAY die mittlere Zählrate abgelesen und protokolliert.

3.2 Messergebnis

Der mittlere Zählrate aufgrund des Nulleffekts beträgt

$$\boxed{R_0 = 0,21/\text{s}} \quad (1)$$

4 Schwächung von Röntgenstrahlen in Abhängigkeit von der Absorberdicke

4.1 Messverfahren

Messung ohne Zirkonfilter:

- Es wurde sichergestellt, dass sich kein Zirkonfilter am Kollimator befindet.
- Der Absorbersatz I mit einem offenen Schlitz bei 0° und dann in 10° -Winkelabständen folgenden Aluminiumblenden der Dicke 0,5 mm, 1 mm, 1,5 mm, 2 mm, 2,5 mm und 3 mm, wurde in den Targethalter eingesetzt.
- Durch Drücken der Taste TARGET wurde eingestellt, dass während des Messvorgangs der Schrittmotor des Goniometers das Target (den Absorbersatz) rotiert.
- Das untere Winkellimit (Startwinkel) wurde auf 0° , das obere Winkellimit (Endwinkel) auf 60° eingestellt.
- Die Schrittweite $\Delta\beta$ wurde auf 10° eingestellt.
- Die Messzeit Δt wurde mit 10 s konfiguriert.
- Die Röhrenspannung wurde auf $U = 21 \text{ kV}$ und der Emissionsstrom auf $I = 0,15 \text{ mA}$ eingestellt.
- Alle Bleiglastüren wurden geschlossen.
- Die automatisierte Messung für alle Winkelpositionen von 0° bis 60° wurde durch Betätigen der Taste SCAN gestartet.
- Nach erfolgter Messung wurden mittels der Taste REPLAY die mittleren Zählraten abgelesen und protokolliert.

Messung mit Zirkonfilter:

- Der Zirkonfilter [LD-554834] wurde am Kollimator montiert.
- Alle Bleiglastüren wurden wieder geschlossen.
- Die Messzeit Δt wurde mit 20 s konfiguriert.
- Die automatisierte Messung für alle Winkelpositionen von 0° bis 60° wurde durch Betätigen der Taste SCAN gestartet.
- Nach erfolgter Messung wurden mittels der Taste REPLAY die mittleren Zählraten abgelesen und protokolliert.

4.2 Messergebnisse

4.2.1 Berechnung des Schwächungskoeffizienten und Fehlerrechnung

Tabelle 1 zeigt die Ergebnisse der Absorptionsmessung mit unterschiedlich dicken Aluminiumabsorbern. Gemessen wurde ohne Zirkonfilter bei einer Röntgenröhrenspannung von $U = 21 \text{ kV}$ und einem Emissionsstrom $I = 0,15 \text{ mA}$. Messzeit $\Delta t = 10 \text{ s}$.

Die in der Tabelle ausgewiesene korrigierte Zählrate berechnet sich als gemessene Zählrate abzüglich der Nullrate (siehe Messergebnis (1)):

$$R_{corr} = R - R_0 \quad (2)$$

Der Transmissionskoeffizient $T(d)$ bei einer Dicke d berechnet sich wie folgt:

$$T(d) = \frac{R_{corr}(d)}{R_{corr}(d=0)} \quad (3)$$

Der Schwächungskoeffizient μ schließlich berechnet sich wie in Formel (4) gezeigt:

$$\mu = -\frac{\ln(T)}{d} \quad (4)$$

Winkel β [°]	Dicke d [mm]	Mittlere Zählrate R [$\frac{1}{s}$]	Korrigierte Zählrate (2) R_{corr} [$\frac{1}{s}$]	Trans- mission (3) T [1]	Schwächungs- koeffizient (4) μ [$\frac{1}{mm}$]	Streuung $(\mu - \bar{\mu})^2$ [$\frac{1}{mm^2}$]
0	0,0	1557,0	1556,8	1,000	-	-
10	0,5	743,5	743,3	0,477	1,48	0,01307
20	1,0	376,1	375,9	0,241	1,42	0,00323
30	1,5	201,4	201,2	0,129	1,36	0,00000
40	2,0	109,1	108,9	0,070	1,33	0,00118
50	2,5	66,6	66,4	0,043	1,26	0,01048
60	3,0	29,0	28,8	0,018	1,33	0,00117
Mittelwert:					1,36	0,00485

Tabelle 1: Absorption von Röntgenstrahlen durch Aluminiumabsorber unterschiedlicher Dicke. Messung ohne Zirkonfilter bei $U = 21 \text{ kV}$ und $I = 0,15 \text{ mA}$, Messzeit jeweils $\Delta t = 10 \text{ s}$

Die Standardabweichung für die Werte des Schwächungskoeffizienten σ_μ berechnet sich auf Basis der Varianz s^2 (siehe Tabelle 1) wie folgt:

$$\sigma_\mu = \sqrt{\frac{N}{N-1} s^2} = \sqrt{\frac{6}{5} \cdot 0,00485} = 0,07/\text{mm} \quad (5)$$

Das Messergebnis für den Schwächungskoeffizienten von Aluminium für die ungefilterte Röntgenstrahlung lautet daher:

$$\mu_{ungefiltert}^{Al} = (1,36 \pm 0,07) \frac{1}{mm} \quad (6)$$

Die folgende Tabelle 2 zeigt die Ergebnisse der zweiten Messung mit Zirkonfilter bei unveränderter Röntgenröhrenspannung $U = 21$ kV und Emissionsstrom $I = 0,15$ mA. Die Messzeit wurde auf $\Delta t = 20$ s verdoppelt.

Winkel β [°]	Dicke d [mm]	Mittlere Zählrate R [$\frac{1}{s}$]	Korrigierte Zählrate (2) R_{corr} [$\frac{1}{s}$]	Trans- mission (3) T [1]	Schwächungs- koeffizient (4) μ [$\frac{1}{mm}$]	Streuung $(\mu - \bar{\mu})^2$ [$\frac{1}{mm^2}$]
0	0,0	710,0	709,8	1,000	-	-
10	0,5	293,0	292,8	0,413	1,77	0,03279
20	1,0	136,7	136,5	0,192	1,65	0,00345
30	1,5	70,5	70,3	0,099	1,54	0,00235
40	2,0	32,2	32,0	0,045	1,55	0,00162
50	2,5	16,4	16,2	0,023	1,51	0,00607
60	3,0	7,7	7,5	0,011	1,52	0,00536
Mittelwert:					1,59	0,00861

Tabelle 2: Absorption von Röntgenstrahlen durch Aluminiumabsorber unterschiedlicher Dicke. Messung mit Zirkonfilter bei $U = 21$ kV und $I = 0,15$ mA, Messzeit jeweils $\Delta t = 20$ s

Die Standardabweichung für die Werte des Schwächungskoeffizienten σ_μ berechnet sich für die zweite Messung wiederum auf Basis der Varianz s^2 (siehe Tabelle 2):

$$\sigma_\mu = \sqrt{\frac{N}{N-1} s^2} = \sqrt{\frac{6}{5} \cdot 0,0861} = 0,1/mm \quad (7)$$

Das Messergebnis für den Schwächungskoeffizienten von Aluminium für die ungefilterte Röntgenstrahlung lautet daher:

$$\mu_{gefiltert}^{Al} = (1,59 \pm 0,1) \frac{1}{mm} \quad (8)$$

4.2.2 Grafische Auswertung

Abbildungen 2 und 3 stellen die Transmission von Aluminium in Abhängigkeit von der Materialdicke dar. Die rot eingezeichneten Messwerte zeigen den Verlauf bei ungefilterter (nicht monochromatischer) Röntgenstrahlung, die blau eingezeichneten Messwerte den Verlauf bei Einsatz eines Zirkonfilters (monochromatische Röntgenstrahlung).

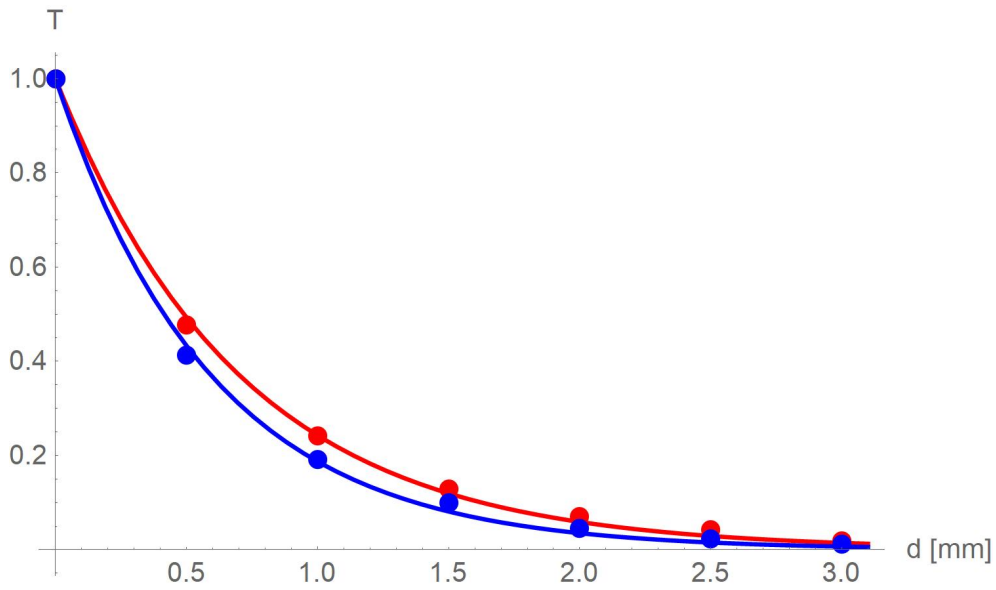


Abbildung 2: Transmission von Aluminium in Abhängigkeit von der Materialdicke. Rot: ungefilterte (nicht monochromatische) Röntgenstrahlung; blau: gefilterte (monochromatische) Röntgenstrahlung.

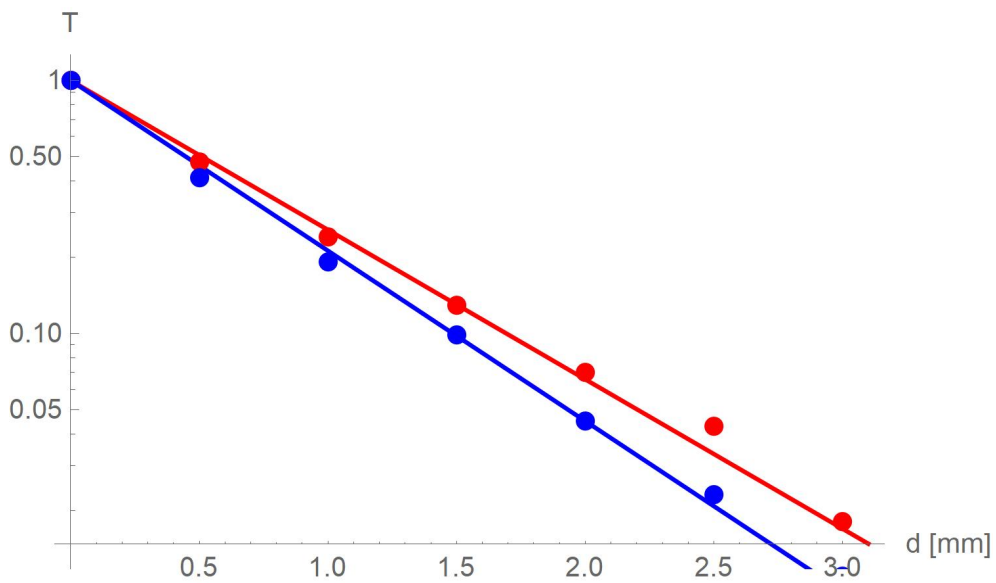


Abbildung 3: Halblogarithmische Darstellung der Transmission von Aluminium in Abhängigkeit von der Materialdicke. Rot: ungefilterte (nicht monochromatische) Röntgenstrahlung; blau: gefilterte (monochromatische) Röntgenstrahlung.

4.3 Interpretation

- Der Verlauf der Transmission in Abhängigkeit von der Materialdicke zeigt bei monochromatischer Strahlung, wie erwartet, den exponentiellen Verlauf des Schwächungsgesetzes.
- Der Verlauf der Transmission bei nicht-monochromatischen Röntgenstrahlen zeigt in Abbildung 3 hingegen leichte Abweichungen vom Schwächungsgesetz, was auf unterschiedliche Schwächung der verschiedenen Frequenzkomponenten des kontinuierlichen Spektrum zurückzuführen ist.
- Monochromatische Röntgenstrahlung wird stärker geschwächt als nicht monochromatische Röntgenstrahlung, da die nicht-monochromatische Strahlung einen höherenergetischen Frequenzanteil beinhaltet.
- Die ermittelten Werte für die Schwächungskoeffizienten entsprechen innerhalb der Messtoleranzen den Referenzwerten aus [LD P6.3.2.1, S. 4].

5 Schwächung von Röntgenstrahlen in Abhängigkeit vom Absorbermaterial

5.1 Messverfahren

Messung ohne Zirkonfilter:

- Der Zirkonfilter wurde entfernt.
- Der Absorbersatz II mit einem offenen Schlitz bei 0° und dann in 10° -Winkelabständen folgenden 0,5 mm dicken Absorbern aus Polystyrol (C), Aluminium (Al), Eisen (Fe), Kupfer (Cu), Zirkonium (Zr) und Silber (Ag), wurde in den Targethalter eingesetzt.
- Winkellimits und Schrittweite blieben unverändert.
- Die Messzeit Δt wurde mit 10 s konfiguriert.
- Die Röhrenspannung wurde auf $U = 30 \text{ kV}$ und der Emissionsstrom auf $I = 0,02 \text{ mA}$ eingestellt.
- Alle Bleiglastüren wurden geschlossen.
- Die automatisierte Messung für alle Winkelpositionen von 0° bis 60° wurde durch Betätigen der Taste SCAN gestartet.
- Nach erfolgter Messung wurden mittels der Taste REPLAY die mittleren Zählraten für 0° (Luft) und 10° (C) abgelesen und protokolliert.

Messung mit Zirkonfilter:

- Der Zirkonfilter [LD-554834] wurde am Kollimator montiert
- Alle Bleiglastüren wurden wieder geschlossen
- Die Messzeit Δt wurde mit 20 s konfiguriert.
- Die Röhrenspannung wurde auf $U = 30$ kV belassen und der Emissionsstrom auf $I = 1$ mA erhöht.
- Die automatisierte Messung für alle Winkelpositionen von 0° bis 60° wurde durch Betätigen der Taste SCAN mit den neuen Parametern wiederholt.
- Nach erfolgter Messung wurden mittels der Taste REPLAY die mittleren Zählraten für 0° (Luft), 20° (Al), 30° (Fe), 40° (Cu), 50° (Zr) und 60° (Ag) abgelesen und protokolliert.

5.2 Messergebnisse

Tabelle 3 zeigt die Ergebnisse der ersten beiden Absorptionsmessungen mit nicht-monochromatischer Röntgenstrahlung (ohne Zirkonfilter) mit Absorbern aus unterschiedlichen Materialien.

Winkel β [°]	Mat.	Ord. zahl Z	Spannung U [kV]	Strom I [mA]	Messzeit Δt [s]	Mittl. Zählr. R [$\frac{1}{s}$]		Korr. Zählr. R_{corr} [$\frac{1}{s}$]	Transmission T	Schwäch. koeff. μ [$\frac{1}{mm}$]
0	-	0	30	0,02	10	1390,0		1389,8	1,000	-
10	C	6	30	0,02	10	1358,0		1357,8	0,977	0,047
0	-	0	30	1,00	20	8225,0		8224,8	1,000	-
20	Al	13	30	1,00	20	203,1		202,9	0,025	7,404
30	Fe	26	30	1,00	20	150,5		150,3	0,018	8,005
40	Cu	29	30	1,00	20	15,8		15,6	0,002	12,535
50	Zr	40	30	1,00	20	966,1		965,9	0,117	4,284
60	Ag	47	30	1,00	20	45,5		45,3	0,006	10,403

Tabelle 3: Absorption von Röntgenstrahlen durch Blenden aus unterschiedlichem Materialien. Messung ohne Zirkonfilter (nicht-monochromatische Röntgenstrahlung).

In der folgenden Abbildung 4 ist der Schwächungskoeffizient μ in Abhängigkeit von der Ordnungszahl Z gemäß Tabelle 3 (nicht-monochromatische Röntgenstrahlung) mit exponentieller Interpolation im Bereich $Z < 30$ und linearer Interpolation im Bereich $Z \geq 40$ dargestellt. Man erkennt den Sprung bei $Z = 40$, sowie einen “ausreißenden” Datenpunkt bei $Z=13$ (Al).

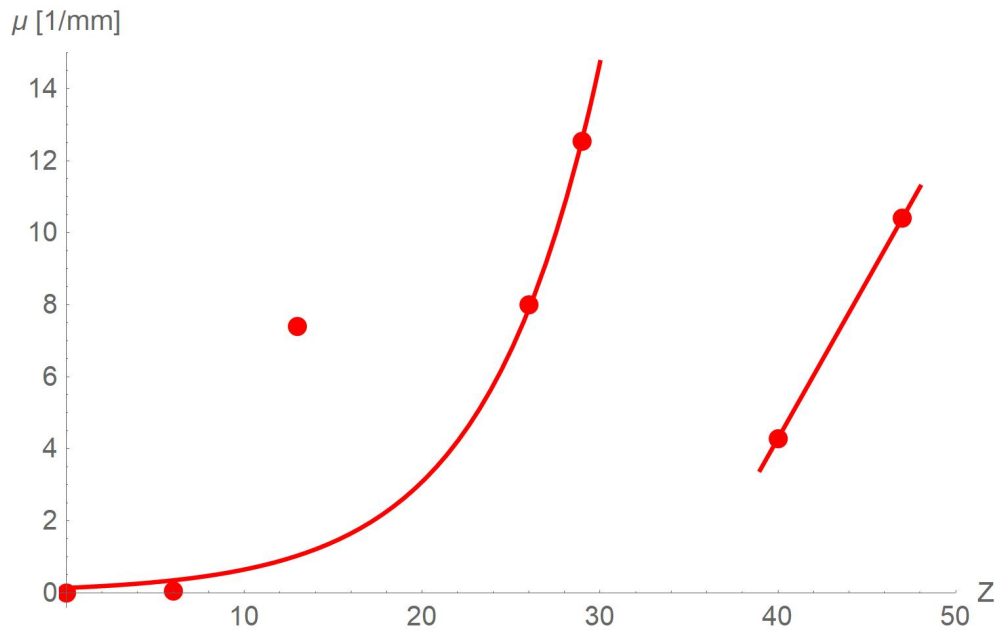


Abbildung 4: Schwächungskoeffizient μ in Abhängigkeit von der Ordnungszahl Z mit exponentieller Interpolation im Bereich $Z < 30$ und linearer Interpolation im Bereich $Z \geq 40$. Messung mit nicht-monochromatischer Röntgenstrahlung (ohne Zirkonfilter). Man erkennt den Sprung bei $Z = 40$. Messparameter: $U = 30$ kV, $I = 0,02$ mA bei $Z = 6$, sonst $I = 1$ mA. Der Messwert bei $Z = 13$ ist ein "Ausreißer".

Ersetzt man den "ausreißenden" Datenpunkt bei $Z = 13$ (Al) durch den in Kapitel 4.2.1 ermittelten Messwert (6), dann entspricht die Grafik den Erwartungen:

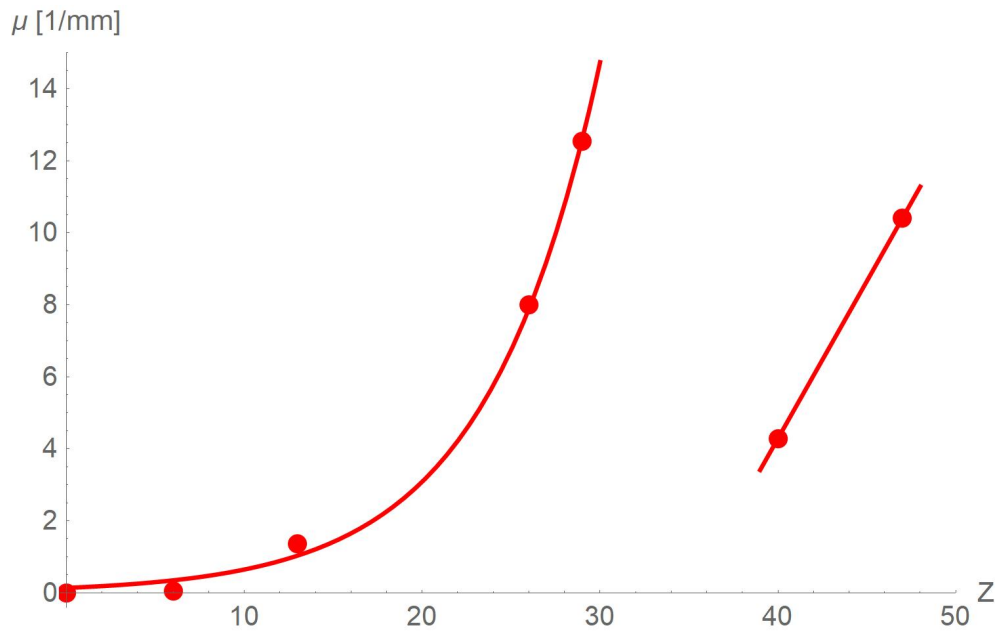


Abbildung 5: Schwächungskoeffizient μ in Abhängigkeit von der Ordnungszahl Z mit exponentieller Interpolation im Bereich $Z < 30$ und linearer Interpolation im Bereich $Z \geq 40$. Messung mit nicht-monochromatischer Röntgenstrahlung (ohne Zirkonfilter). Man erkennt den Sprung bei $Z = 40$. Messparameter: $U = 30 \text{ kV}$, $I = 0,02 \text{ mA}$ bei $Z = 6$; $U = 21 \text{ kV}$, $I = 0,15 \text{ mA}$ bei $Z = 13$ und $U = 30 \text{ kV}$, $I = 1 \text{ mA}$ bei allen anderen Punkten. Der Messwert bei $Z = 13$ stammt aus der vorangegangenen Messung (“Abhängigkeit von der Materialdicke”).

Die folgende Tabelle 4 zeigt die Ergebnisse der nächsten beiden Absorptionsmessungen bei monochromatischer Röntgenstrahlung (mit Zirkonfilter) mit Absorbieren aus unterschiedlichen Materialien.

Winkel β [°]	Mat.	Ord. zahl Z	Spannung U [kV]	Strom I [mA]	Messzeit Δt [s]	Mittl. Zählr. R [$\frac{1}{s}$]		Korr. Zählr. R_{corr} [$\frac{1}{s}$]	Transmission T	Schwäch. koeff. μ [$\frac{1}{mm}$]
0	-	0	30	0,02	10	534,6		534,4	0,385	-
10	C	6	30	0,02	10	520,3		520,1	0,374	1,966
0	-	0	30	1,00	20	9308,0		9307,8	1,000	-
20	Al	13	30	1,00	20	65,7		65,5	0,007	9,913
30	Fe	26	30	1,00	20	86,8		86,6	0,009	9,355
40	Cu	29	30	1,00	20	4,9		4,7	0,001	15,182
50	Zr	40	30	1,00	20	5784,0		5783,8	0,621	0,952
60	Ag	47	30	1,00	20	11,2		11,0	0,001	13,481

Tabelle 4: Absorption von Röntgenstrahlen durch Blenden aus unterschiedlichem Materialien. Messung mit Zirkonfilter (monochromatische Röntgenstrahlung).

In der folgenden Abbildung 6 ist der Schwächungskoeffizient μ in Abhängigkeit von der Ordnungszahl Z gemäß Tabelle 4 (monochromatische Röntgenstrahlung) mit exponentieller Interpolation im Bereich $Z < 30$ und linearer Interpolation im Bereich $Z \geq 40$ dargestellt. Man erkennt wieder den Sprung bei $Z = 40$, sowie einen "ausreißenden" Datenpunkt bei $Z=13$.

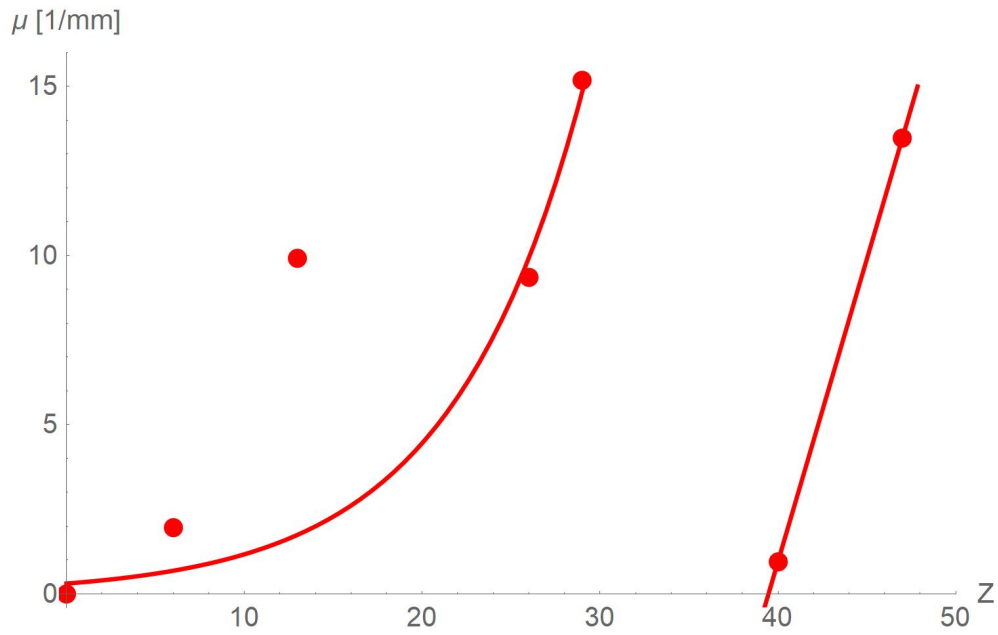


Abbildung 6: Schwächungskoeffizient μ in Abhängigkeit von der Ordnungszahl Z mit exponentieller Interpolation im Bereich $Z < 30$ und linearer Interpolation im Bereich $Z \geq 40$. Messung mit monochromatischer Röntgenstrahlung (mit Zirkonfilter). Man erkennt den Sprung bei $Z = 40$. $U = 30$ kV, $I = 0,02$ mA bei $Z = 6$, sonst $I = 1$ mA. Der Messwert bei $Z = 13$ ist wiederum ein "Ausreißer".

Ersetzt man wiederum den Datenpunkt bei $Z = 13$ durch den in Kapitel 4.2.1 ermittelten Messwert (8) bei monochromatischer Strahlung, dann entspricht die Grafik den Erwartungen:

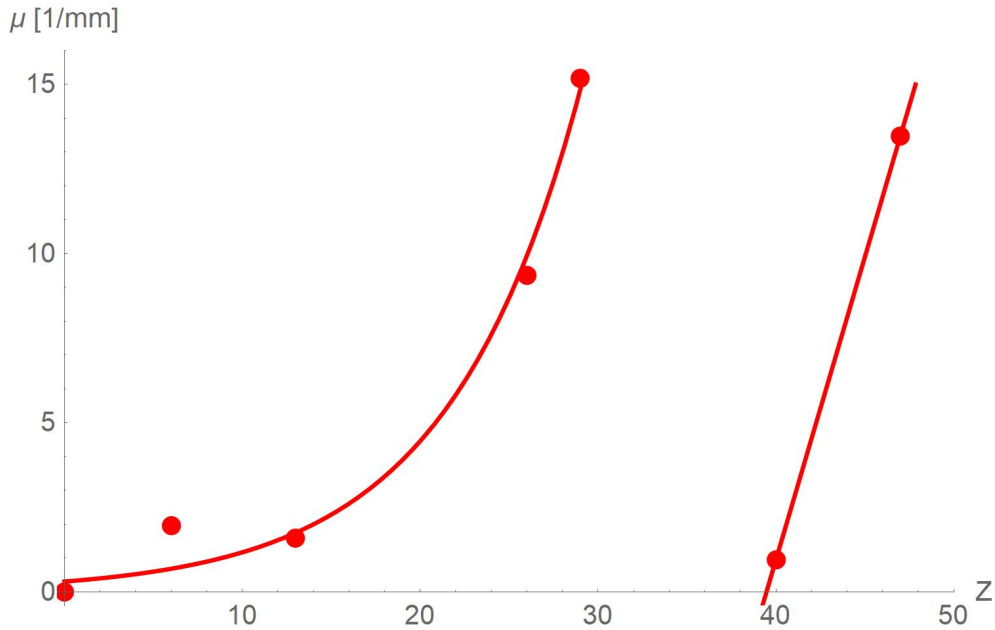


Abbildung 7: Schwächungskoeffizient μ in Abhängigkeit von der Ordnungszahl Z mit exponentieller Interpolation im Bereich $Z < 30$ und linearer Interpolation im Bereich $Z \geq 40$. Messung mit monochromatischer Röntgenstrahlung (mit Zirkonfilter). Man erkennt den Sprung bei $Z = 40$. Messparameter: $U = 30$ kV, $I = 0,02$ mA bei $Z = 6$; $U = 21$ kV, $I = 0,15$ mA bei $Z = 13$; $U = 30$ kV, $I = 1$ mA bei allen anderen Punkten. Der Messwert bei $Z = 13$ stammt aus der Messung “Abhängigkeit von der Materialdicke”.

5.3 Interpretation

- Sowohl bei nicht-monochromatischer, als auch bei monochromatischer Röntgenstrahlung nimmt die Schwächung, wie erwartet, mit steigender Ordnungszahl zunächst zu.
- Der erwartete Sprung bei $Z=40$ ist ebenfalls erkennbar. Er ist darauf zurückzuführen, dass ab der Ordnungszahl $Z=40$ bestimmte Anregungen nicht mehr möglich sind, und die Schwächung daher wieder abnimmt (um danach wieder anzusteigen).
- Die Schwächung ist bei monochromatischer Röntgenstrahlung stärker als bei nicht-monochromatischer Röntgenstrahlung, da die nicht-monochromatische Strahlung einen höherenergetischen Frequenzanteil beinhaltet.
- Bei beiden Messungen erkennt man bei der zweiten Materialprobe (mutmaßlich Aluminium mit $d = 0,5$ mm) einen “Ausreißer”. Dieser ist offenbar auf einen Mangel in der getesteten Materialprobe zurückzuführen. Der bei $\beta = 20^\circ$ angebrachte Absorber ist entweder nicht aus Aluminium, oder dicker als $0,5$ mm. Ersetzt man

die zwei Messwerte durch die Messwerte (6) und (8) aus Kapitel 4.2.1, entspricht der Verlauf den Erwartungen.

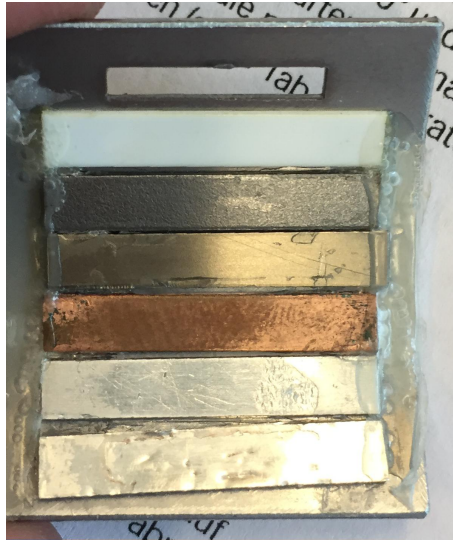


Abbildung 8: Absorbersatz II mit möglicherweise nicht den Spezifikationen entsprechendem Absorber bei 20° (Zweiter von oben)

6 Bragg-Reflexion: Beugung von Röntgenstrahlen an einem NaCl-Einkristall

6.1 Messverfahren

- Der Targettisch wurde am Targethalter des Goniometers befestigt.
- Der NaCl-Kristall wurde flach auf den Targettisch gelegt und vorsichtig fixiert, ohne ihn zu verkanten.
- Das Computerprogramm “X-Ray” [LD-XRAY] wurde gestartet.
- Folgende Messparameter wurden softwareseitig konfiguriert: Röhrenspannung $U = 35$ kV, Emissionsstrom $I = 1$ mA, Messzeit pro Winkelschritt $\Delta t = 5$ s und Winkelschrittweite $\Delta\beta = 0,1^\circ$
- Es wurde die Einstellung COUPLED zur Aktivierung der 2ϑ -Kopplung von Target und Sensor ausgewählt, und der untere Grenzwert des Targetwinkels auf 2° und der obere Grenzwert auf 25° eingestellt.
- Die Messung wurde softwaregesteuert durch Selektion des Kontrollkästchens SCAN gestartet.
- Nach Beendigung der Messung wurden die Messdaten über die Speicherfunktion der Software gesichert, und das grafisch dargestellte Beugungsspektrum per Screenshot in MS-Paint übertragen und ebenfalls gesichert.
- Mit der Programmfunktion “Peakschwerpunkt berechnen” wurden alle Peakschwerpunkte (Glanzwinkel) berechnet, und die Messwerte als Text in die Grafik integriert.
- Die so erweiterte Grafik wurde per Screenshot in MS-Paint übertragen und in eine Datei gesichert.
- Die Software wurde auf halblogarithmische Darstellung umgestellt, die neue Darstellung per Screenshot in MS-Paint übertragen und in eine Datei gesichert.

6.2 Messergebnisse

Abbildungen 9 und 10 zeigen das Beugungsspektrum der Röntgenstrahlung am NaCl-Einkristall bei Bragg-Reflexion bis zur dritten Ordnung, einmal mit linearer Darstellung der Zählrate R , und einmal mit logarithmischer Darstellung der Zählrate R .

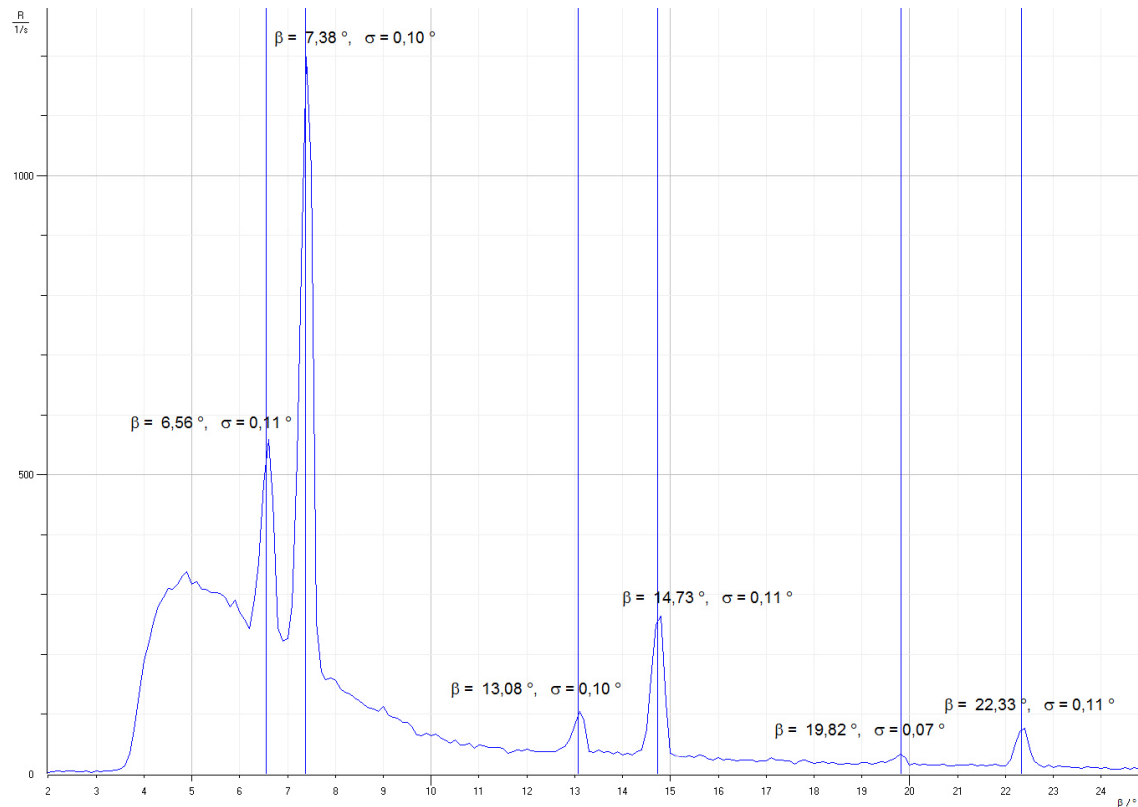


Abbildung 9: Beugungsspektrum der Röntgenstrahlung am NaCl-Einkristall bei Bragg-Reflexion bis zur dritten Ordnung

Aus den ermittelten Glanzwinkeln kann für die Mo- K_α -Linie und die Mo- K_β -Linie mittels der Bragg-Relation die Wellenlänge berechnet werden:

$$\lambda = \frac{2d \sin \vartheta}{n} \quad (9)$$

Für den gemessenen NaCl-Kristall gilt:

$$2d = 564,02 \text{ pm} \quad (10)$$

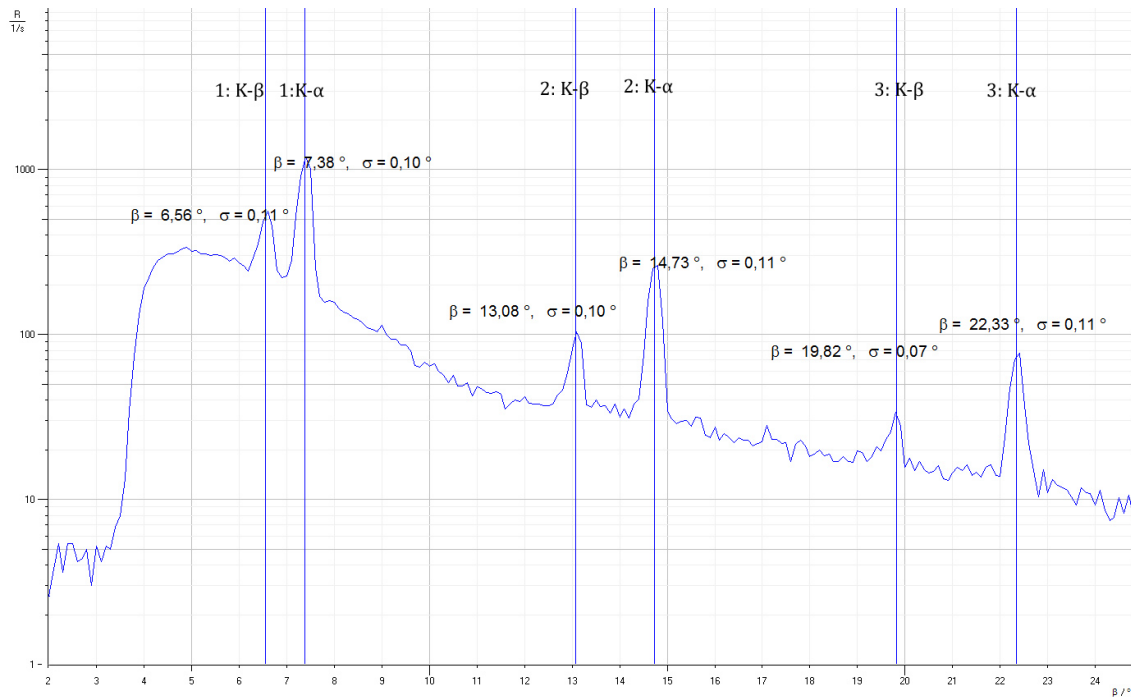


Abbildung 10: Beugungsspektrum der Röntgenstrahlung am NaCl-Einkristall bei Bragg-Reflexion bis zur dritten Ordnung in halblogarithmische Darstellung

6.2.1 Wellenlänge der Molybdän K_{α} -Linie

Aus den in Abbildung 10 eingezeichneten Werten ergibt sich folgende Berechnung für die Wellenlänge der Molybdän K_{α} -Linie:

n	Glanzwinkel ϑ [°]	Wellenlänge λ [pm]	Streuung $(\lambda - \bar{\lambda})^2$ [pm ²]
1	7,38°	72,45	0,344
2	14,73°	71,71	0,024
3	22,33°	71,43	0,185
Mittelwert:		71,86	0,185

Tabelle 5: Gemessene Glanzwinkel der Molybdän K_{α} -Linie und daraus berechnete Wellenlängen für die erste bis dritte Beugungsordnung

Die Standardabweichung für die Wellenlängenwerte σ_{λ} berechnet sich auf Basis der Varianz s^2 (siehe Tabelle 5) wie folgt:

$$\sigma_{\lambda} = \sqrt{\frac{N}{N-1} s^2} = \sqrt{\frac{3}{2} \cdot 0,185} = 0,53 \text{ pm} \quad (11)$$

Das Messergebnis für den Wellenlänge der Molybdän K_α -Linie lautet daher:

$$\lambda_\alpha = (71.86 \pm 0,53)pm \quad (12)$$

6.2.2 Wellenlänge der Molybdän K_β -Linie

Für die Wellenlänge der Molybdän K_β -Linie ergibt sich folgende Berechnung:

n	Glanz- winkel ϑ [°]	Wellen Länge λ [pm]	Streuung $(\lambda - \bar{\lambda})^2$ [pm ²]
1	6,56°	64,44	0,189
2	13,08°	63,82	0,032
3	19,82°	63,75	0,065
Mittelwert:		64,00	0,095

Tabelle 6: Gemessene Glanzwinkel der Molybdän K_β -Linie und daraus berechnete Wellenlängen für die erste bis dritte Beugungsordnung

Die Standardabweichung für die Wellenlängenwerte σ_λ berechnet sich auf Basis der Varianz s^2 (siehe Tabelle 6) wie folgt:

$$\sigma_\lambda = \sqrt{\frac{N}{N-1} s^2} = \sqrt{\frac{3}{2} \cdot 0,095} = 0,38 \text{ pm} \quad (13)$$

Das Messergebnis für den Wellenlänge der Molybdän K_β -Linie lautet daher:

$$\lambda_\beta = (64.00 \pm 0,38)pm \quad (14)$$

6.3 Interpretation

- Abbildung 9 und 10 veranschaulichen deutlich die Gültigkeit des Bragg'schen Reflexionsgesetzes, und somit auch die Wellennatur der Röntgenstrahlung.
- Die ermittelte Wellenlänge der Molybdän K_α -Linie kommt an den Literaturwert von 71,08 pm sehr nahe heran. Der Literaturwert liegt allerdings noch 0,26 pm unterhalb der berechneten unteren Toleranzgrenze.
- Die ermittelte Wellenlänge der Molybdän K_β -Linie kommt an den Literaturwert von 63,09 pm sehr nahe heran. Der Literaturwert liegt allerdings noch 0,53 pm unterhalb der berechneten unteren Toleranzgrenze.

7 Bestimmung des Planck'schen Wirkungsquantums mit dem Duane-Huntschen Verschiebungsgesetz

7.1 Messverfahren

- Der physische Aufbau blieb unverändert.
- Im Computerprogramm "X-Ray" [LD-XRAY] wurden die alten Messdaten gelöscht.
- Um die softwareseitige Darstellung der Zählrate über der Wellenlänge zu ermöglichen, wurde der Gitterabstand von NaCl eingegeben (siehe (10))
- Die Software wurde in den Modus zur Darstellung in Abhängigkeit zur Wellenlänge umgestellt.
- Es wurden acht Messreihen mit den in Tabelle 7 angegebenen Messparametern durchgeführt.

Spannung U [kV]	Strom I [mA]	Messzeit Δt [s]	Anfangswinkel β_{min} [°]	Endwinkel β_{max} [°]	Schrittweite $\Delta\beta$ [°]
22	1,00	30	5,2°	6,2°	0,1°
24	1,00	30	5,0°	6,2°	0,1°
26	1,00	20	4,5°	6,2°	0,1°
28	1,00	20	3,8°	6,0°	0,1°
30	1,00	10	3,2°	6,0°	0,1°
32	1,00	10	2,5°	6,0°	0,1°
34	1,00	10	2,5°	6,0°	0,1°
35	1,00	10	2,5°	6,0°	0,1°

Tabelle 7: Messparameter für das Experiment zur Bestimmung des Planck'schen Wirkungsquantums mit dem Duane-Huntschen Verschiebungsgesetz

- Die Messung jeder Messreihe wurde softwaregesteuert durch Selektion des Kontrollkästchens SCAN gestartet.
- Nach Beendigung der Messung wurden die Messdaten über die Speicherfunktion der Software gesichert
- Die dargestellten Kurvenverläufe wurden per Screenshot in MS-Paint übertragen, und ebenfalls gesichert.
- Mit der Programmfunktion "Ausgleichsgerade" wurden Ausgleichsgeraden durch die im Bereich der jeweiligen λ_{min} -Wellenlängen stark ansteigenden Flanken gelegt, und die so ermittelten λ_{min} -Werte dokumentiert.
- Die Darstellung wurde auf "nicht verbundene Punkte" umgestellt.

- Die so erweiterte Grafik wurde per Screenshot in MS-Paint übertragen und in eine Datei gesichert.
- Die Software wurde in den Modus “Planck” umgestellt, in der die λ_{min} -Werte über $1/U$ aufgetragen werden.
- Mit der Software wurde eine Ausgleichsgerade durch den Ursprung gelegt, und die Steigung A abgelesen und protokolliert.
- Aus der Steigung A kann der Wert für das Planck’sche Wirkungsquantum ermittelt werden (siehe Kapitel 7.2).
- Die Grafik wurde per Screenshot in MS-Paint übertragen und in eine Datei gesichert.

7.2 Messergebnis

Abbildung 11 zeigt die gemessenen Spektren im kurzwelligen Bereich bei unterschiedlichen Röhrenspannungen.

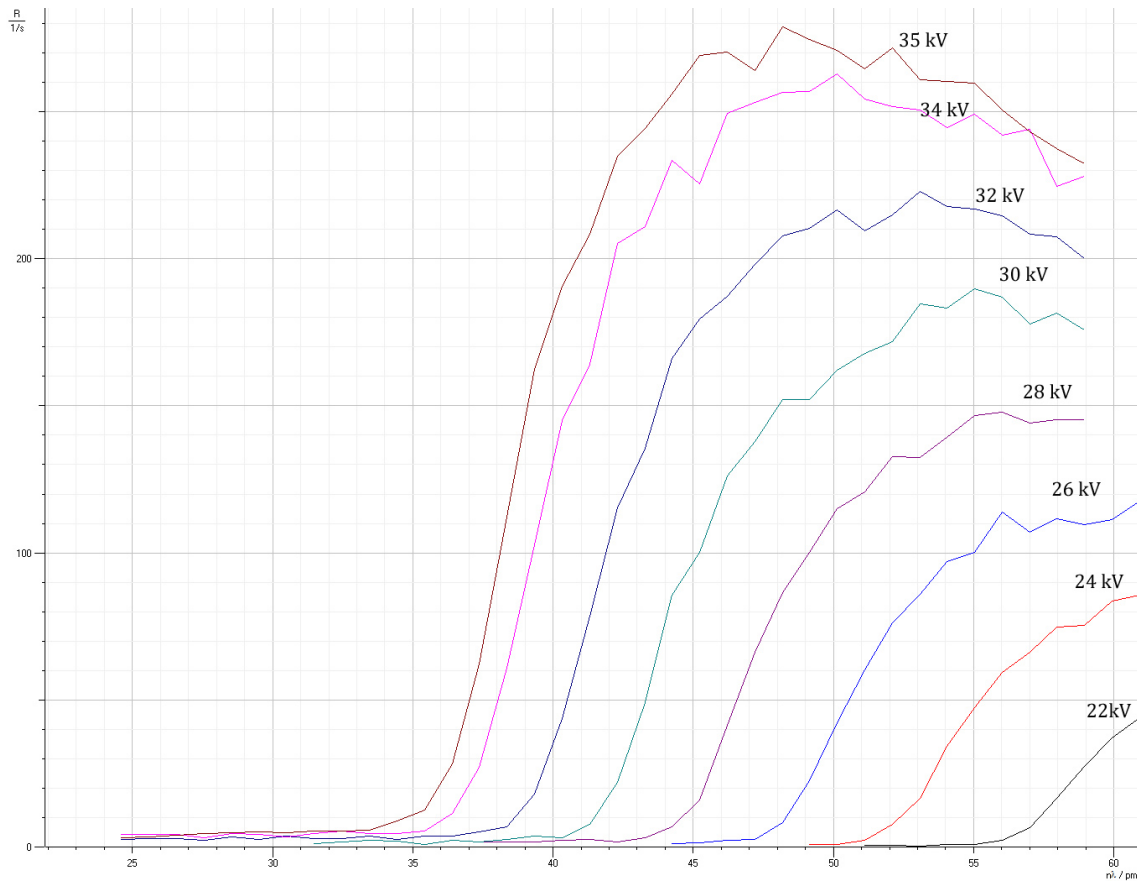


Abbildung 11: Ausschnitt der Röntgenspektren im kurzwelligen Bereich für verschiedene Röhrenspannungen

Die folgende Abbildung 12 stellt nochmals die gemessenen Spektren, diesmal ergänzt um Ausgleichsgeraden in den ansteigenden Flanken, dar (siehe Kapitel 7.1). Die daraus resultierenden Werte für λ_{min} sind in Tabelle 8 dargestellt.

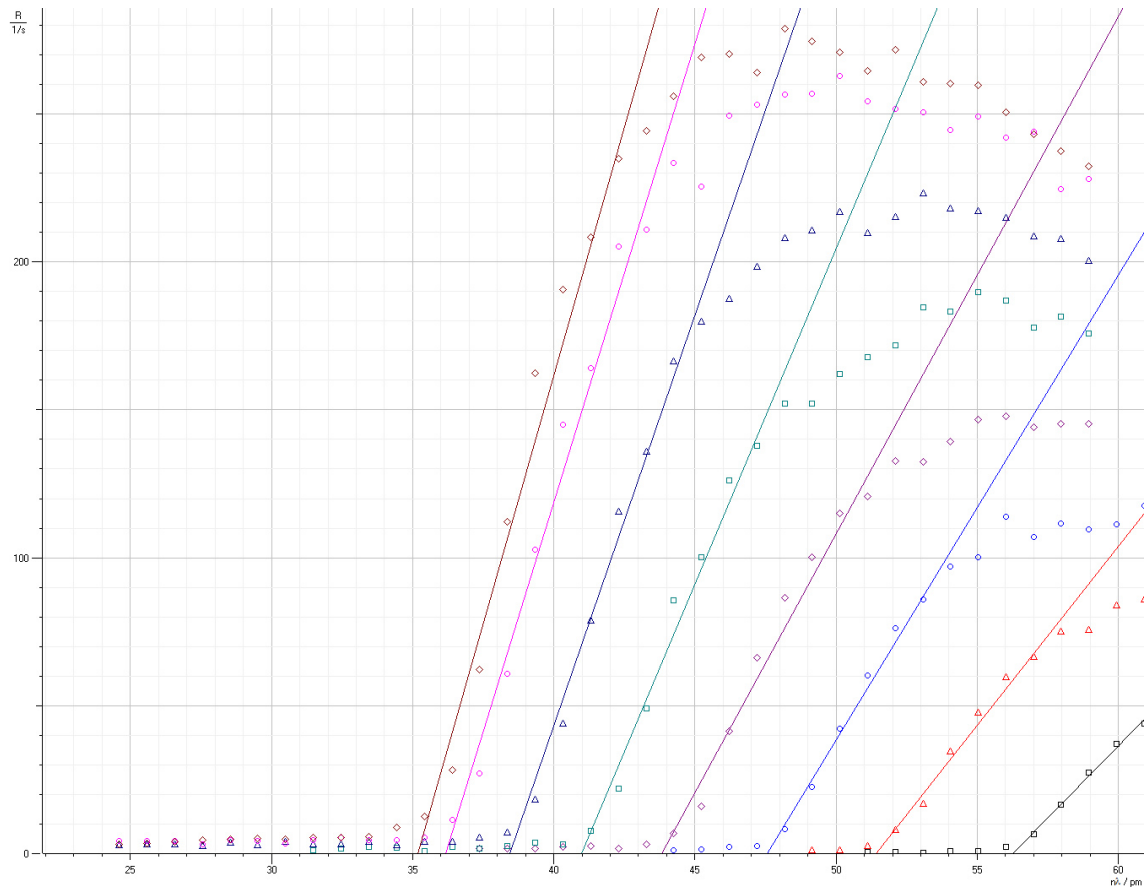


Abbildung 12: Ausschnitt der Röntgenspektren im kurzwelligen Bereich für verschiedene Röhrensparnungen mit Ausgleichsgeraden zur Bestimmung der jeweiligen Grenzwellenlänge

Spannung	Grenzwellenlänge
U [kV]	λ_{min} [pm]
22	56,3
24	51,4
26	47,5
28	43,8
30	41,0
32	38,4
34	36,2
35	35,2

Tabelle 8: Ermittelte Grenzwellenlängen λ_{min} in Abhängigkeit von der Röntgenröhrensparnung

Abbildung 13 zeigt die Grenzwellenlängen aus Tabelle 8 aufgetragen über den Kehrwert der Spannung $1/U$, und veranschaulicht das Duane-Hunt'sches Verschiebungsgesetz.

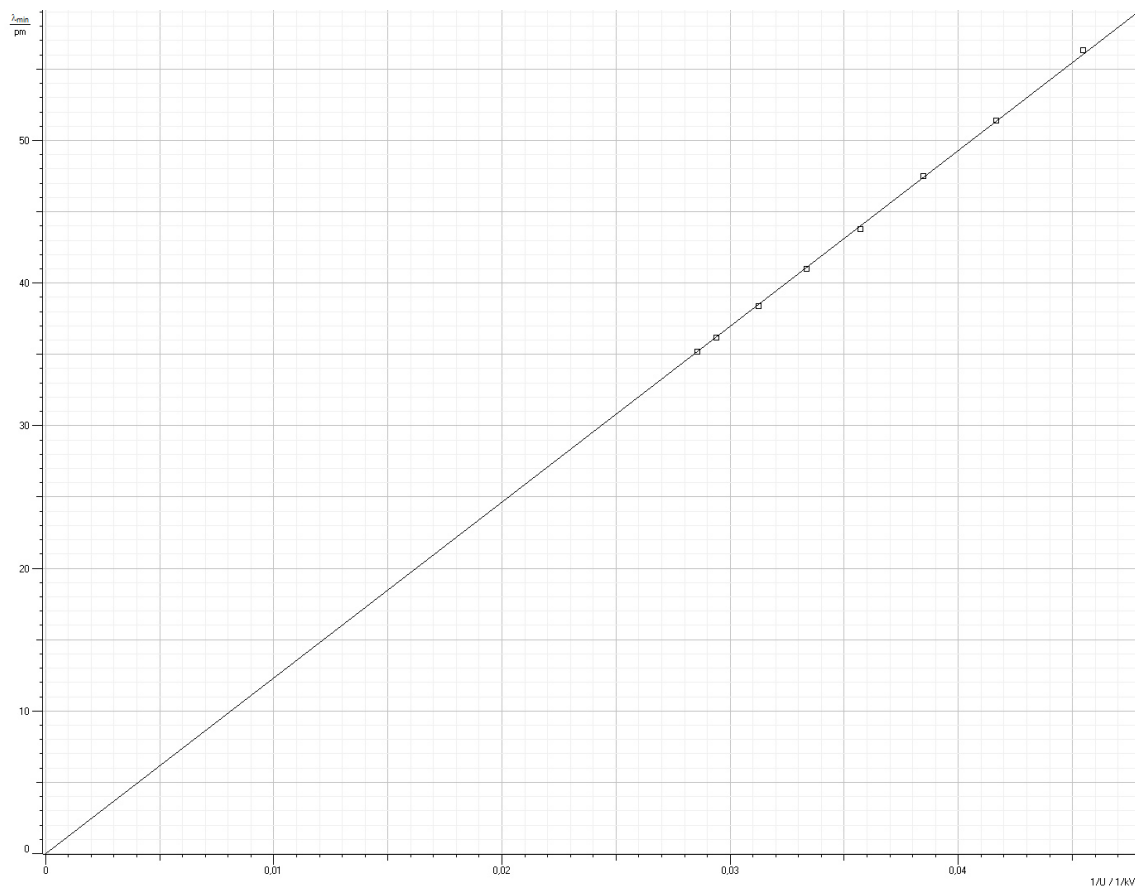


Abbildung 13: Linearer Zusammenhang zwischen den Grenzwellenlängen λ_{min} und dem Kehrwert der Röhrenspannung $1/U$ (Duane-Hunt'sches Verschiebungsgesetz)

Die Steigung der Anpassungsgeraden aus Abbildung 13 beträgt

$$A = 1233 \text{ pm kV} \quad (15)$$

Daraus berechnet sich das Plank'sche Wirkungsquantum wie folgt (wobei e die Elementarladung darstellt):

$$h = \frac{A \cdot e}{c} = \frac{1233 \cdot 10^{-9} \cdot 1,60217649 \cdot 10^{-19}}{299792458} = \boxed{6,59 \cdot 10^{-34} \text{ Js}} \quad (16)$$

7.3 Interpretation

- Die Proportionalität zwischen der Grenzwellenlänge und dem Kehrwert der Röhrenspannung wurde nachgewiesen.
- Der ermittelte Wert für das Planck'sche Wirkungsquantum weicht lediglich um 0,55% vom Literaturwert ab.

8 Anhang

Verwendetes Equipment

[LD-554800]	LD Didactic 554800 Röntgengerät mit integriertem Zählrohr
[LD-554831]	LD Didactic Goniometer 554831 für Röntgengerät [LD-554800]
[LD-554834]	LD Didactic Zirkonfilter 554834 für Röntgengerät [LD-554800]
[LD-XRAY]	LD Didactic Software "X-Ray", V 1.25
[ESPRIMO]	Fujitsu ESPRIMO Q920 Barebone Mini-PC mit Windows XP

Tabellenverzeichnis

1	Absorption von Röntgenstrahlen durch Aluminiumabsorber unterschiedlicher Dicke. Messung ohne Zirkonfilter bei $U = 21$ kV und $I = 0,15$ mA, Messzeit jeweils $\Delta t = 10$ s	5
2	Absorption von Röntgenstrahlen durch Aluminiumabsorber unterschiedlicher Dicke. Messung mit Zirkonfilter bei $U = 21$ kV und $I = 0,15$ mA, Messzeit jeweils $\Delta t = 20$ s	6
3	Absorption von Röntgenstrahlen durch Blenden aus unterschiedlichem Materialien. Messung ohne Zirkonfilter (nicht-monochromatische Röntgenstrahlung).	9
4	Absorption von Röntgenstrahlen durch Blenden aus unterschiedlichem Materialien. Messung mit Zirkonfilter (monochromatische Röntgenstrahlung).	12
5	Gemessene Glanzwinkel der Molybdän K_α -Linie und daraus berechnete Wellenlängen für die erste bis dritte Beugungsordnung	18
6	Gemessene Glanzwinkel der Molybdän K_β -Linie und daraus berechnete Wellenlängen für die erste bis dritte Beugungsordnung	19
7	Messparameter für das Experiment zur Bestimmung des Planck'schen Wirkungsquantums mit dem Duane-Huntschen Verschiebungsgesetz	20
8	Ermittelte Grenzwellenlängen λ_{min} in Abhängigkeit von der Röntgenröhrenspannung	23

Abbildungsverzeichnis

1	Röntgengerät 554880. a...Röntgenröhre. b...Experimentierraum mit montiertem Kolimator (links), Goniometer (mitte) und Zählrohr (rechts) (aus [LD 554800, S. 3])	2
2	Transmission von Aluminium in Abhängigkeit von der Materialdicke. Rot: ungefilterte (nicht monochromatische) Röntgenstrahlung; blau: gefilterte (monochromatische) Röntgenstrahlung.	7
3	Halblogarithmische Darstellung der Transmission von Aluminium in Abhängigkeit von der Materialdicke. Rot: ungefilterte (nicht monochromatische) Röntgenstrahlung; blau: gefilterte (monochromatische) Röntgenstrahlung.	7
4	Schwächungskoeffizient μ in Abhängigkeit von der Ordnungszahl Z mit exponentieller Interpolation im Bereich $Z < 30$ und linearer Interpolation im Bereich $Z \geq 40$. Messung mit nicht-monochromatischer Röntgenstrahlung (ohne Zirkonfilter). Man erkennt den Sprung bei $Z = 40$. Messparameter: $U = 30$ kV, $I = 0,02$ mA bei $Z = 6$, sonst $I = 1$ mA. Der Messwert bei $Z = 13$ ist ein "Ausreißer".	10
5	Schwächungskoeffizient μ in Abhängigkeit von der Ordnungszahl Z mit exponentieller Interpolation im Bereich $Z < 30$ und linearer Interpolation im Bereich $Z \geq 40$. Messung mit nicht-monochromatischer Röntgenstrahlung (ohne Zirkonfilter). Man erkennt den Sprung bei $Z = 40$. Messparameter: $U = 30$ kV, $I = 0,02$ mA bei $Z = 6$; $U = 21$ kV, $I = 0,15$ mA bei $Z = 13$ und $U = 30$ kV, $I = 1$ mA bei allen anderen Punkten. Der Messwert bei $Z = 13$ stammt aus der vorangegangenen Messung ("Abhängigkeit von der Materialdicke").	11
6	Schwächungskoeffizient μ in Abhängigkeit von der Ordnungszahl Z mit exponentieller Interpolation im Bereich $Z < 30$ und linearer Interpolation im Bereich $Z \geq 40$. Messung mit monochromatischer Röntgenstrahlung (mit Zirkonfilter). Man erkennt den Sprung bei $Z = 40$. $U = 30$ kV, $I = 0,02$ mA bei $Z = 6$, sonst $I = 1$ mA. Der Messwert bei $Z = 13$ ist wiederum ein "Ausreißer".	13
7	Schwächungskoeffizient μ in Abhängigkeit von der Ordnungszahl Z mit exponentieller Interpolation im Bereich $Z < 30$ und linearer Interpolation im Bereich $Z \geq 40$. Messung mit monochromatischer Röntgenstrahlung (mit Zirkonfilter). Man erkennt den Sprung bei $Z = 40$. Messparameter: $U = 30$ kV, $I = 0,02$ mA bei $Z = 6$; $U = 21$ kV, $I = 0,15$ mA bei $Z = 13$; $U = 30$ kV, $I = 1$ mA bei allen anderen Punkten. Der Messwert bei $Z = 13$ stammt aus der Messung "Abhängigkeit von der Materialdicke".	14
8	Absorbersatz II mit möglicherweise nicht den Spezifikationen entsprechendem Absorber bei 20° (Zweiter von oben)	15
9	Beugungsspektrum der Röntgenstrahlung am NaCl-Einkristall bei Bragg-Reflexion bis zur dritten Ordnung	17

10	Beugungsspektrum der Röntgenstrahlung am NaCl-Einkristall bei Bragg-Reflexion bis zur dritten Ordnung in halblogarithmische Darstellung . . .	18
11	Ausschnitt der Röntgenspektren im kurzwelligen Bereich für verschiedene Röhrensparnungen	22
12	Ausschnitt der Röntgenspektren im kurzwelligen Bereich für verschiedene Röhrensparnungen mit Ausgleichsgeraden zur Bestimmung der jeweiligen Grenzwellenlänge	23
13	Linearer Zusammenhang zwischen den Grenzwellenlängen λ_{min} und dem Kehrwert der Röhrensparnung $1/U$ (Duane-Hunt'sches Verschiebungsgesetz)	24

Literatur

[LD 554800]	LD Didactic GmbH: Gebrauchsanleitung 554800, Hürth.
[LD P6.3.2.1]	LD Didactic GmbH: LD Handblätter Physik, Atom- und Kernphysik, Röntgenphysik, Schwächung von Röntgenstrahlung: Untersuchung der Schwächung von Röntgenstrahlung in Abhängigkeit von Absorbermaterial und Absorberdicke. Hürth.