

Beispiel Lissajous Figuren

Ausarbeitung Helmut Hörner 8850092

Lösen der Differentialgleichungen

```
In[20]= xFkt = DSolve[{x''[t] == -kx^2 x[t], x[0] == 1, x'[0] == 0}, x, t] // Flatten  
      |löse Differentialgleichung |ebne ein
```

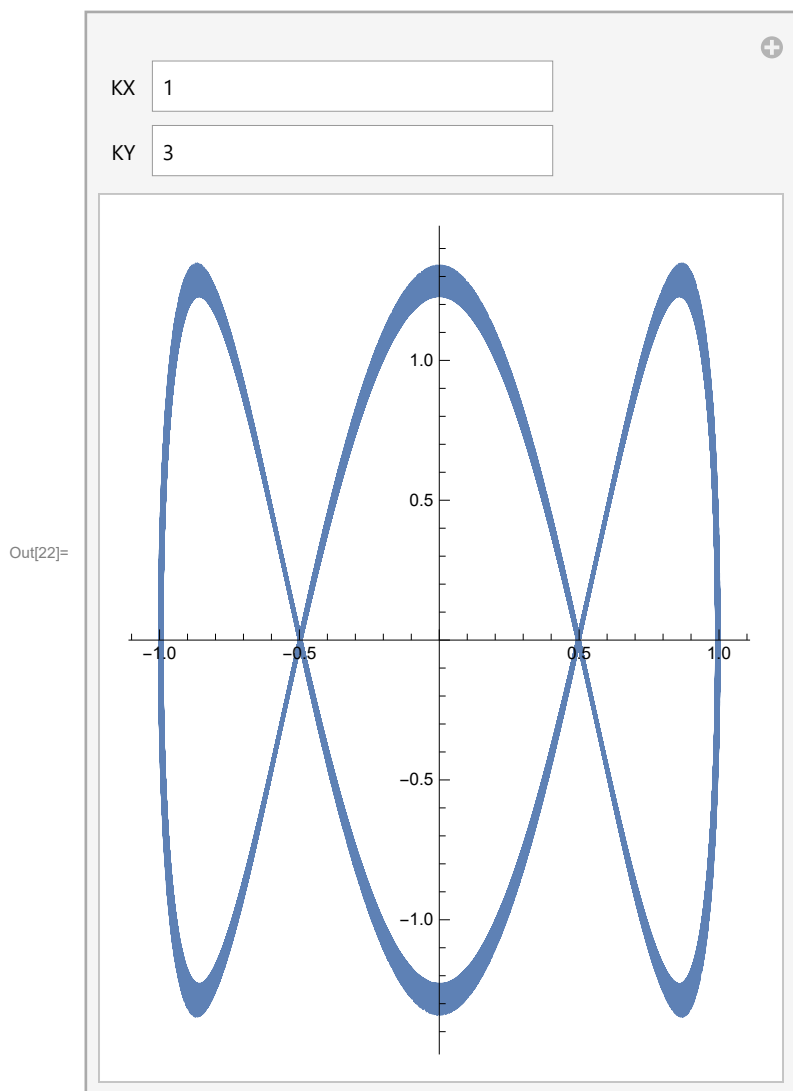
```
yFkt = DSolve[{y''[t] == -ky^2 y[t], y[0] == 0, y'[0] == 4}, y, t] // Flatten  
      |löse Differentialgleichung |ebne ein
```

```
Out[20]= {x → Function[{t}, Cos[kx t]]}
```

```
Out[21]= {y → Function[{t},  $\frac{4 \text{Sin}[ky t]}{ky}$ ]}
```

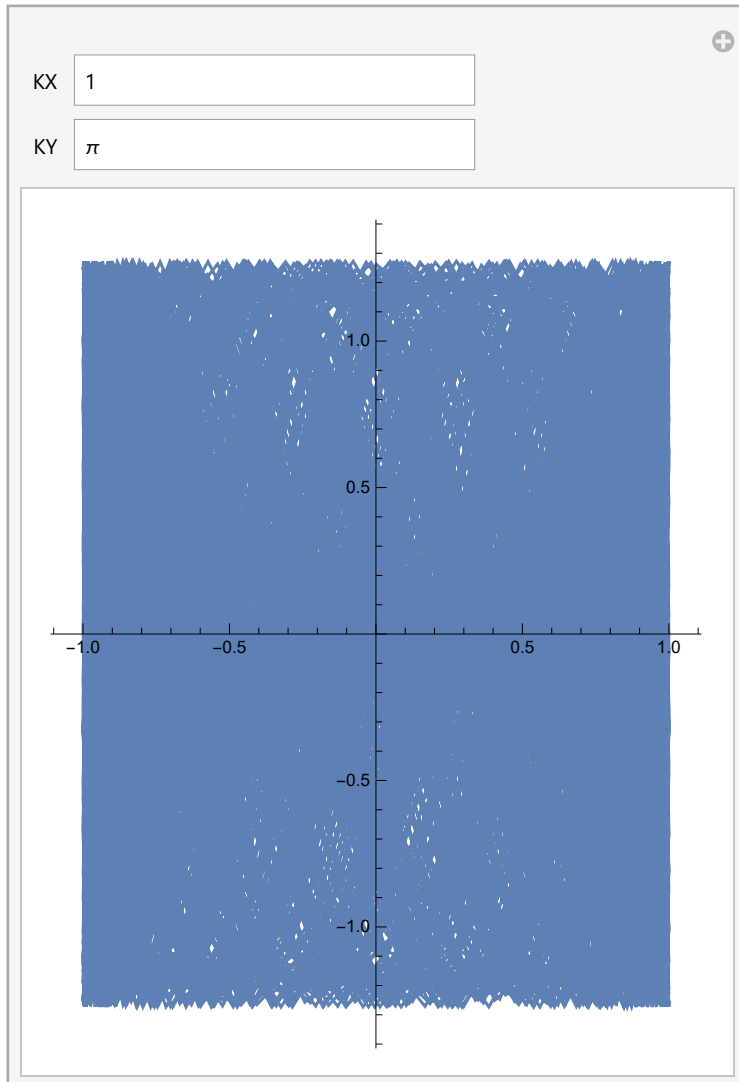
Bei rationalem Verhältnis zwischen k_x/k_y (z.B. $1/3$) ist die Kurve geschlossen:

```
In[22]= Manipulate[ParametricPlot[{x[t] /. xFkt /. kx → KX, y[t] /. yFkt /. ky → KY},  
  [manipuliere [parametrische Darstellung  
  {t, 0, 1000}, PlotPoints → 500], {KX, 1}, {KY, 3}, ControlType → InputField]  
  [Anzahl der Punkte in der Graphik [Art des Bediene... [Eingabefeld
```



Bei irrationalem Verhältnis zwischen k_x/k_y (z.B. $1/\pi$) ist die Kurve nicht geschlossen:

```
In[23]:= Manipulate[ParametricPlot[{x[t] /. xFkt /. kx → KX, y[t] /. yFkt /. ky → KY},
  [manipuliere [parametrische Darstellung
    {t, 0, 1000}, PlotPoints → 500], {KX, 1}, {KY, π}, ControlType → InputField]
    [Anzahl der Punkte in der Graphik [Art des Bediene... [Eingabefeld
```

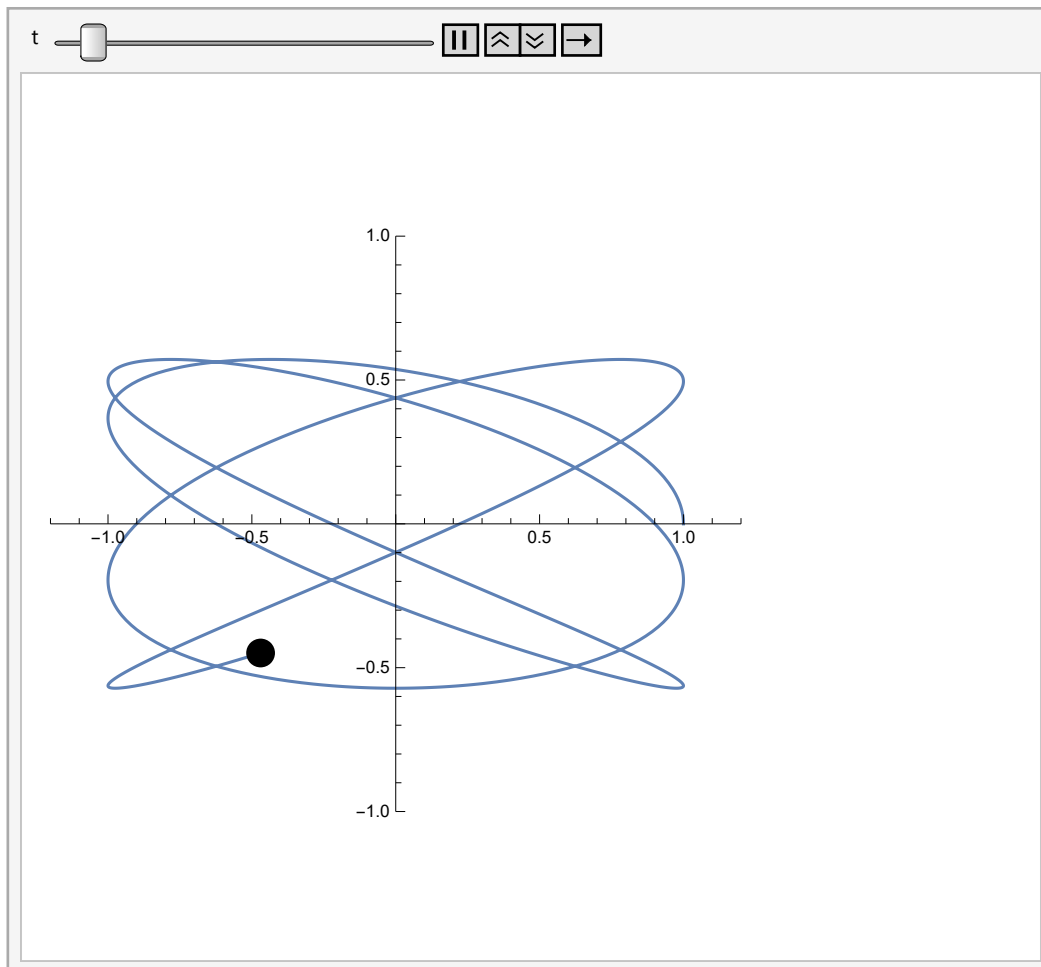


Animation mit $kx=9$, $ky=7$ (geschlossene Kurve)

```

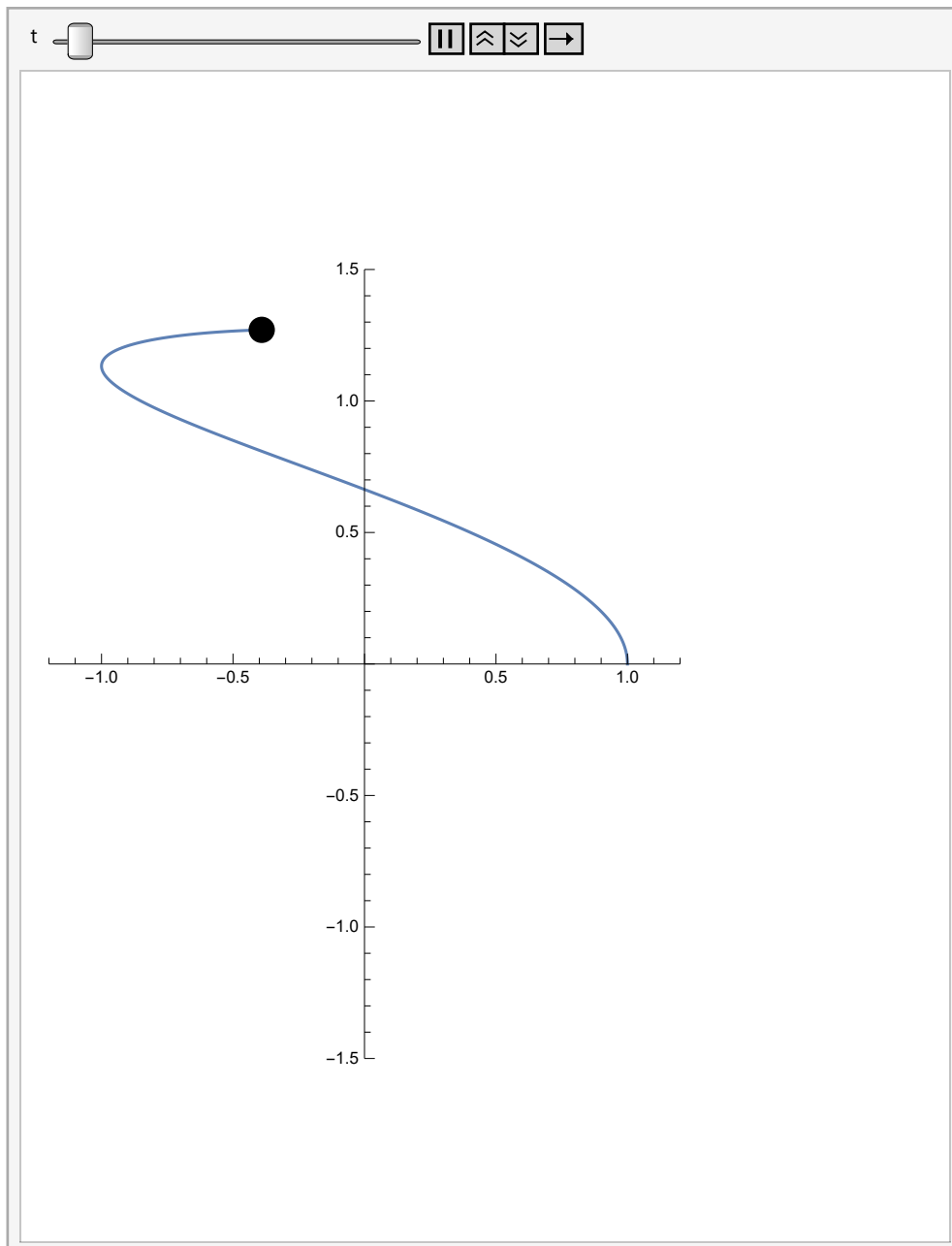
Animate[Show[ParametricPlot[{x[tt] /. xFkt /. kx → 9, y[tt] /. yFkt /. ky → 7},
  animiere | zeig... | parametrische Darstellung
  {tt, 0, Evaluate[t]}, PlotPoints → 500, PlotRange → {{-1.2, 1.2}, {-1, 1}},
  | werte aus | Anzahl der Punkte in ... | Koordinatenbereich der Graphik
  Graphics[{Disk[{x[t] /. xFkt /. kx → 9, y[t] /. yFkt /. ky → 7}, 0.05]},
  | Graphik | Kreisscheibe
  PlotRange → {{-1.2, 1.2}, {-1, 1}}], {t, 0, 10 * 2 π}, AnimationRate → .005]
  | Koordinatenbereich der Graphik | Animationsgeschwindigkeit

```



Animation mit $kx=9$, $ky=\pi$ (nicht geschlossene Kurve)

```
In[25]:= Animate[Show[ParametricPlot[{x[tt] /. xFkt /. kx → 9, y[tt] /. yFkt /. ky → π},
  animiere zeig...parametrische Darstellung
  {tt, 0, Evaluate[t]}, PlotPoints → 500, PlotRange → {{-1.2, 1.2}, {-1.5, 1.5}}],
  werte aus Anzahl der Punkte in ...Koordinatenbereich der Graphik
  Graphics[{Disk[{x[t] /. xFkt /. kx → 9, y[t] /. yFkt /. ky → π}, 0.05]},
  Graphik Kreisscheibe
  PlotRange → {{-1.2, 1.2}, {-1.5, 1.5}}], {t, 0, 10 * 2 π}, AnimationRate → .005]
  Koordinatenbereich der Graphik Animationsgeschwindigkeit
```



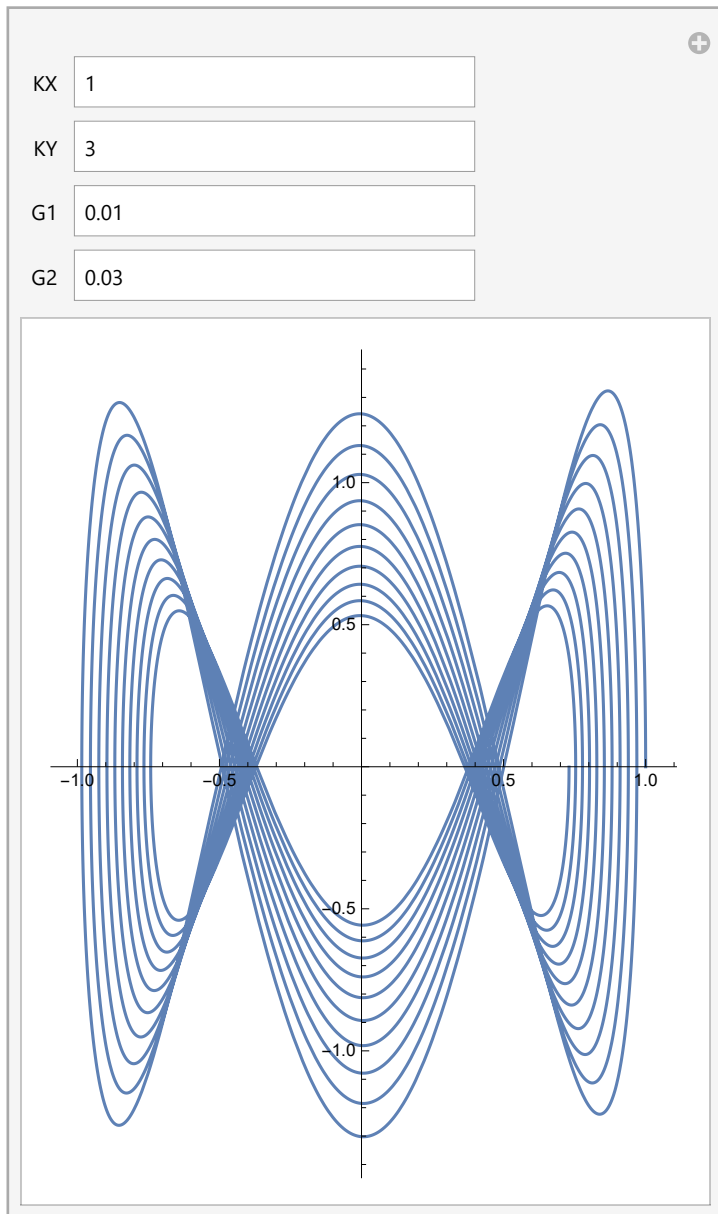
Bewegungsgleichungen mit Dämpfung

```
In[26]= xFktD = FullSimplify[
  vereinfache vollständig
  DSolve[{x''[t] + kx^2 x[t] + g1 x'[t] == 0, x[0] == 1, x'[0] == 0}, x, t] // Flatten
  löse Differentialgleichung
  yFktD = FullSimplify[DSolve[{y''[t] + ky^2 y[t] + g2 y'[t] == 0,
  vereinfache voll... löse Differentialgleichung
  y[0] == 0, y'[0] == 4}, y, t] // Flatten
  ebne ein
```

```
Out[26]= {x -> Function[{t},
  1
  2 sqrt(g1^2 - 4 kx^2)
  (
    -e^(1/2 (-g1 - sqrt(g1^2 - 4 kx^2)) t) g1 + e^(1/2 (-g1 + sqrt(g1^2 - 4 kx^2)) t) g1 +
    e^(1/2 (-g1 - sqrt(g1^2 - 4 kx^2)) t) sqrt(g1^2 - 4 kx^2) + e^(1/2 (-g1 + sqrt(g1^2 - 4 kx^2)) t) sqrt(g1^2 - 4 kx^2)
  )
  ]}
  Out[27]= {y -> Function[{t}, -
  4 (
    e^(1/2 (-g2 - sqrt(g2^2 - 4 ky^2)) t) - e^(1/2 (-g2 + sqrt(g2^2 - 4 ky^2)) t)
  )
  sqrt(g2^2 - 4 ky^2)
  ]}}
```

Plot mit Dämpfung.

```
In[28]= Manipulate[ParametricPlot[{x[t] /. xFktD /. {kx → KX, g1 → G1},
  [manipuliere [parametrische Darstellung
    y[t] /. yFktD /. {ky → KY, g2 → G2}], {t, 0, 2 π * 10}, PlotPoints → 500],
  [Anzahl der Punkte in der C
    {KX, 1}, {KY, 3}, {G1, 0.01}, {G2, 0.03}, ControlType → InputField]
  [Art des Bediene... [Eingabefeld
```



Animation mit Dämpfung. $k_x=1, k_y=3, g_1=0.01, g_2=0.03$

```
In[29]= Animate[Show[ParametricPlot[
  animiere [zeig... parametrische Darstellung
    {x[tt] /. xFktD /. {kx → 1, g1 → 0.01}, y[tt] /. yFktD /. {ky → 3, g2 → 0.03}},
    {tt, 0, Evaluate[t]}, PlotPoints → 500, PlotRange → {{-1.2, 1.2}, {-1.5, 1.5}},
    [werte aus [Anzahl der Punkte in ... [Koordinatenbereich der Graphik
Graphics[{Disk[{x[t] /. xFktD /. {kx → 1, g1 → 0.01},
  Graphik [Kreisscheibe
    y[t] /. yFktD /. {ky → 3, g2 → 0.03}], 0.05]},
  PlotRange → {{-1.2, 1.2}, {-1.5, 1.5}}]], {t, 0, 10 * 2 π}, AnimationRate → .01]
  [Koordinatenbereich der Graphik [Animationsgeschwindigkeit
```

